
الصف الثاني الإعدادي
سلسلة
المميز
للفصل الدراسي الأول
في
الرياضيات
إعداد الأستاذ/
حسن علاء حسن
01125685608



الوحدة الثانية

الوحدة الثالثة

مراجعة علي ما سبق

أولا:مجموعات الأعداد التي درسناها:

(١) مجموعة أعداد العد ع : ع = {١، ٢، ٣، ...}

(٢) مجموعة الأعداد الطبيعية ط: ط =

ط = {٠، ١، ٢، ٣، ...} = ع ∪ {٠}

(٣) مجموعة الأعداد الصحيحة ص :

ص = {...، ٣، ٢، ١، ٠، -١، -٢، -٣، ...}

وهى مجموعة غير منتهية .وتتكون من

١ - مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة

$ص_+$ = {١، ٢، ٣، ...} = ع

٢ -مجموعة الأعداد الصحيحة السالبة

$ص_-$ = {-١، -٢، -٣، ...}

٣ -علمنا أن العدد صفر ليس موجبا وليس سالبا .

ص = $ص_+$ ∪ {٠} ∪ $ص_-$

(٤) مجموعة الأعداد النسبية ن :

ن = { $\frac{أ}{ب}$: أ ، ب ∈ ص ، ب ≠ ٠}

لاحظ أن : ع ⊂ ط ⊂ ص ⊂ ن

$ن^*$ = ن − {٠} ، $ص^*$ = $ص_+$ ∪ $ص_-$

ثانيا:القيمة المطلقة للعدد النسبى :

القيمة المطلقة للعدد النسبي |−٧| = ٧ ، |٧| = ٧

|-١٧| = ١٧ ، |٣| = ٣ ، |٠| = ٠ ، |− $\frac{٥}{٣}$| = $\frac{٥}{٣}$

إذا كان |أ| = ٥ فإن أ = ±٥

ثالثا:صورة مختلفة للعدد النسبى :

١ - **العدد النسبى المربع الكامل :**

هو العددُ الموجبُ الذى يمكن كتابته على صورة مربع عددٍ نسبىٍّ أى $(عدد\ نسبى)^٢$

مثل ١ ، ٤ ، ٢٥ ، $\frac{٩}{١٦}$ ، $٢\frac{١}{٤}$ ، ...

٢ - **العدد النسبى المكعب الكامل :**

هو العددُ النسبيُّ الذى يمكن كتابته على صورةِ مكعب عدد نسبى أى $(عدد\ نسبى)^٣$

مثل ١ ، ٨ ، -٢٧ ، -٢١٦ ، $\frac{٨}{١٢٥}$ ، ...

٣-الجذرالتربيعي للعدد النسبي المربع الكامل :

① الجذر التربيعى للعدد ٩ = ± $\sqrt{٩}$ = ± ٣

② $\sqrt{٩}$ = ٣ ، − $\sqrt{٩}$ = −٣ ، $\sqrt{صفر}$ = صفر

③ $\sqrt{-٩}$ ليس لها معنى (لا يوجد جذر تربيعى لعدد سالب)

④ إذا كان $س^٢$ = ٩ فإن س = ± ٣ ⑤ $\sqrt{س^٢}$ = |س|

⑥ كل عدد نسبي مربع كامل له جذران تربيعيان كل منهما معكوس جمعى للآخر وهما $\sqrt{أ}$ ، − $\sqrt{أ}$

مثلاً : العدد $\frac{١٦}{٢٥}$ له جذران تربيعيان هما $\frac{٤}{٥}$ ، − $\frac{٤}{٥}$

١ ضع الأعداد الآتية علي صورة $\frac{أ}{ب}$:

١) ٠,٢ = $\frac{٢}{١٠}$ = $\frac{١}{٥}$ ٤) -٦ = ...

٢) |-٠,٧٥| = ... ٥) ٢٥٪ = ...

٣) ٠,٣ = ... ٦) $١\frac{١}{٤}$ = ...

٢ أكمل مايأتي:

١) $\sqrt{٢٥}$ = ٥ ٤) $\sqrt{٢٥س^٦}$ = ...

٢) $\sqrt{٤٩}$ = ٧ ٥) $\sqrt{٩ + ١٦}$ = ...

٣) $\sqrt{\frac{٤}{٩}}$ = ... ٦) $\sqrt{(-٣)^٢}$ = ...

٧) $\sqrt{\frac{٤٩}{٨١}}$ = ... ٨) $\sqrt{١\frac{٧}{٩}}$ = ...

رابعا: قوانين الأسس:

مثال : $٥^٣$ = ٥×٥×٥ = ١٢٥

١) $أ^{-ن}$ = $\frac{١}{أ^ن}$

٢) $أ^ن × أ^م = أ^{ن+م}$ فى حالة الضرب نجمع الأسس

٣) $أ^ن ÷ أ^م = أ^{ن-م}$ فى حالة القسمة نطرح الأسس

٤) $(أ ب)^ن = أ^ن ب^ن$ قانون توزيع الأسس

٥) $(\frac{أ}{ب})^ن = \frac{أ^ن}{ب^ن}$ ٦) $(أ^ن)^م = أ^{ن م}$

أ/ حسن علاء 01125685608

خامسا:الصورة القياسية للعدد النسبي:

أ × ١٠^ن حيث ن ∈ ص ، ١ ≤ |أ| < ١٠

مثلاً ١) ٢٥,٣٢ × ١٠^٤ في صورته القياسية = ٢,٥٣٢ × ١٠^٥

٢) ٠,٠٠٠٥٣ في صورته القياسية = ٥,٣ × ١٠^-٤

٣ أوجد الناتج في كل ممايأتي في أبسط صورة:

١) $\sqrt{٢٥ + ١٤٤}$ = ... ٦) $\sqrt{٠,٢٥}$ = ...

٢) الصورة القياسية للعدد ٠,٠٠٠١٥ هي ....

٣) $\sqrt{٠,١٦}$ + |-٠,٦| = ...

٤) $٢^٠ + ٢^١ + ٢^٢ + ٢^٣$ = ...

٥) مجموع الجذرين التربيعيين للعدد $٢\frac{١}{٤}$ = ...

سادسا: مجموعة حل المعادلات في ن:

① س − ١ = ٣

س = ٣ + ١

س = ٤

م.ح = {٤}

② ٥س + ٧ = ٢٢

③ $س^٢ = ٢٥$

س = ± ٥

م.ح = {± ٥}

④ $٤س^٢ = ٩$

$س^٢ = \frac{٩}{٤}$

س = $\pm \frac{٣}{٢}$

م.ح = {$\pm \frac{٣}{٢}$}

⑤ $٢س^٢ − ٣ = ١٥$

⑥ $س^٢ + ٤ = ٠$

(الواجب المنزلي)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات

١) مجموعة حل المعادلة س + ٥ = |-٥| في ط هي

({٠} ، {١٠} ، {-١٠} ، Ø)

٢) $\sqrt{١٠^٢ - ٨^٢}$ = ...

(٢ ، ٤ ، ٦ ، -٦)

٣) حاصل ضرب العدد النسبي $\frac{أ}{ب}$ في معكوسه الجمعي

(صفر ، $-\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{أ^٢}{ب^٢}$ ، $\frac{-أ^٢}{ب^٢}$)

٤) |-٢| + |-٤| + |٦| = ...

(صفر ، |-١٢| ، -١٢ ، ٦)

٥) $\sqrt{أ^٢}$ = ...

(أ ، -أ ، |أ| ، ±أ)

٢ أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية :

١) ٥ س + ٣ = ٢٠ ٣) ٣ س + ٥ = ١

٢) $٧ س^٢ + ١١ = ١٨$ ٤) $س^٢ + ٣ = ٧$

٣ أكمل ما يأتي :

١) $\sqrt{٢٢٥}$ = ... ١) $\sqrt{٠,١٦}$ = ...

٢) − $\sqrt{٣٦}$ = ... ٢) |-٠,٦| = ...

٣) إذا كانت : س = $\sqrt{٩}$ ، ص = $\sqrt{٢٥}$

فإن : س + ص = ...

٤) الجذر التربيعي للعدد ٢٥ يساوي ....

٥) الصورة القياسية للعدد ١٥٠٠٠ هي ....

٦) العدد النسبي $\frac{أ}{ب}$ معكوسه الجمعي ....

٤ إذا كانت أ = $\sqrt{٣٦}$ ، ب = − $\sqrt{٤٩}$

فأوجد كلاً من :

(١) أ + ب (٢) أ − ب

(٣) أب

الوحدة الأولي — الدرس (1)

الجذر التكعيبي للعدد النسبي

أولا: تعريف الجذر التكعيبي:

الجذر التكعيبي لعدد نسبي أ هو العدد الذى مكعبه يساوى أ

يرمز للجذر التكعيبيّ للعددِ النسبى أ بالرمز $\sqrt[3]{أ}$

ملاحظات هامة:

(الجذر التكعيبي يأخذ نفس إشارة العدد)

١- الجذر التكعيبى لعدد نسبى موجب يكون موجباً $\sqrt[3]{١٢٥} = ٥$

٢- الجذر التكعيبى لعدد نسبى سالب يكون سالبًا $\sqrt[3]{-٨} = -٢$

(لأن التكعيب لا يغير الإشارة السالبة)

٣- $\sqrt[3]{صفر} =$ صفر ، $\sqrt[3]{أ^٣} =$ أ ، $\sqrt[3]{(-أ)^٣} = -$أ

(لإيجاد الجذر التكعيبي نقسم الأس علي ٣)

$\sqrt[3]{أ^{١٢}} = أ^٤$ أو $\sqrt[3]{س^٦} = س^٢$

٤- المعادلة : $س^٣ = أ$ لها حل واحد فقط هو س = أ

٥- المعادلة : $س^٢ = أ^٢$ لها حلان هما س = ± أ

ثانيا: طرق إيجاد الجذر التكعيبي:

لإيجاد الجذر التكعيبى للعدد النسبى المكعب الكامل

$\sqrt[3]{٦٤}$ ، $\sqrt[3]{٠,٢١٦}$

١- يمكن تحليل العدد إلى عوامله الأوليه .

① ٦٤

٦٤	٢
٣٢	٢
١٦	٢
٨	٢
٤	٢
٢	٢
١	

(٢ × ٢ = ٤)

$\therefore \sqrt[3]{٦٤} = ٢ \times ٢ = ٤$

② $٠,٢١٦ = \frac{٢١٦}{١٠٠٠}$

٢١٦	٢
١٠٨	٢
٥٤	٢
٢٧	٣
٩	٣
٣	٣
١	

(٢ × ٣ = ٦)

$\therefore \sqrt[3]{-٠,٢١٦} = \sqrt[3]{\frac{-٢١٦}{١٠٠٠}}$

$= \frac{-٢ \times ٣}{١٠} = \frac{-٦}{١٠} = -٠,٦$

٢- يمكن استخدام الآلة الحاسبة كما يلى :

shift | $\sqrt[3]{\ }$ | 6 | 4 | = | 4

وبنفس الطريقة يمكن التأكد من كل النتائج

١ أكمل مايأتي كما بالمثال :

① $\sqrt[3]{٨} = ٢$ ....

④ $\sqrt[3]{٢٧} = ٣$ ....

② $\sqrt[3]{-٨} =$ ....

⑤ $\sqrt[3]{-\frac{٦٤}{١٢٥}} =$ ....

③ $-\sqrt[3]{س^{١٢}} =$ ....

⑥ $\sqrt[3]{س^٣ ص^٦} =$ ....

ملاحظات ⇐

عند أخذ الجذر التكعيبى للرمز نقسم الأس على ٣

⑥ $\sqrt[3]{\frac{٣^٣}{٢}} = \sqrt[3]{\frac{٢٧}{٨}} = \frac{٣}{٢}$

⑦ $\sqrt[3]{٠,٠٠١} =$ ....

⑧ $\sqrt[3]{\sqrt{٦٤}} =$ ...... = ...

⑨ $\sqrt[3]{١٢٨ - ٣} = \sqrt[3]{١٢٥} = ٥$

⑩ $\sqrt[3]{٦٠ + ٤} =$ ......

⑩ $\sqrt{٦٤} + \sqrt[3]{-٨} =$ ....

ثالثا: حل معادلات الدرجة الثالثة في ن:

المعادلة التى على صورة : $س^٣ = أ$

لها حل وحيد فى ن هو : س $= \sqrt[3]{أ}$

للتخلص من التكعيب نأخذ الجذرالتكعيبي للطرفين وللتخلص من الجذر التكعيبي يجب تكعيب الطرفين وذلك في المعادلات

١ أوجد مجموعة حل المعادلات الآتية :

① $س^٣ - ١٢ = ١٥$

$س^٣ = ١٥ + ١٢$

$س^٣ = ٢٧$

س = ٣

م.ح = {٣}

② $س^٣ + ٩ = ٨$

③ $\frac{١}{٤} س^٣ + ٩ = ٧$

$\frac{١}{٤} س^٣ = ٧ - ٩$

$\frac{١}{٤} س^٣ = -٢$ ×٤

$س^٣ = -٨$

س = -٢

م.ح = {-٢}

④ $٨ س^٣ - ١٢ = ١٥$

أ/ حسن علاء 01125685608

④ $(٣س-٤)^٣+٦٥=١$

$(٣س-٤)^٣ = ١ - ٦٥$

$(٣س-٤)^٣ = -٦٤$

٣س - ٤ = -٤

٣س = -٤ + ٤

٣س = صفر س = صفر

م.ح = {صفر}

⑤ $(س-٢)^٣ = ١٢٥$

---

④ $\frac{١}{٥}س^٢ = ٢٠$

$س^٢ = ٢٠ × ٥$

$س^٢ = ١٠٠$

س = ± ١٠

∴ م.ح = {١٠، -١٠}

⑤ $(س^٢-٤)^٣ = ١٢٥$

رابعا : تطبيقات علي الجذر التكعيبي :

① مكعب حجمه ٥١٢ سم^٣. أوجد طول حرفه ؟

حجم المكعب = ٥١٢

$ل^٣ = ٥١٢$ ⟸ ل = ٨ سم

---

② مكعب حجمه $\frac{١٢٥}{٢٧}$ سم^٣ . أوجد طول حرفه ؟

---

③ أوجد طول نصف قطر كرة حجمها ٢٨٨ π سم^٣

حجم الكرة = ٢٨٨ π

$\frac{٤}{٣}\pi نق^٣ = ٢٨٨\pi$ $\times\frac{٣}{٤}$

$نق^٣ = ٢١٦$ ⟸ نق = ٦ سم

---

④ أوجد طول قطر كرة حجمها ٣٨٨٠٨ سم^٣

حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}\pi نق^٣$ حيث $\pi = \frac{٢٢}{٧}$ ؟

= .... × $نق^٣$

= $نق^٣$

$نق^٣ = ٩٣٦١$

نق = $\sqrt[٣]{٩٣٦١}$ ⟸ نق = سم

طول القطر = ...

(الواجب المنزلي)

١ أكمل ما يأتي:

① $\sqrt[٣]{٨}$ = ...

② $\sqrt[٣]{\frac{٢٧}{٨}}$ = ...

③ $\sqrt[٣]{١٠٠٠}$ = ...

④ $\sqrt[٣]{٠,٠٠١}$ = ...

⑤ $\sqrt[٣]{-٥١٢}$ = ...

⑥ $-\sqrt[٣]{\frac{٦٤}{١٧٢٨}}$ = ...

⑦ $\sqrt[٣]{-\frac{٦٤}{٣٤٣}}$ = ...

⑧ $\sqrt[٣]{٢\frac{١٠}{٢٧}}$ = ...

⑨ $\sqrt[٣]{أ^٦ ب^٣}$ = ...

⑩ $\sqrt[٣]{(-٢٧)^٢}$ = ...

⑪ $\sqrt[٣]{٢} × \sqrt[٣]{٤}$ = ...

⑫ $\sqrt[٣]{......} = \sqrt{٩}$

⑬ $\sqrt[٣]{\sqrt{٦٤}}$ = ...

⑭ $\sqrt[٣]{٦٤}$ = ٥ - ......

⑮ $\sqrt[٣]{١٢٥} = \sqrt{......} + ٢$

⑯ $\sqrt{٦٤} + \sqrt[٣]{-٨}$ = ...

⑰ المعكوس الجمعي للعدد $\sqrt[٣]{-١٢٥}$ = ...

⑱ إذا كان $\sqrt[٣]{س} = ٥$ فإن س = ...

⑲ إذا كان $س^٣ = ٢٧$ فإن س = ...

⑳ إذا كان $(س-٤)^٣ = ١٢٥$ فإن س = ...

٢ أوجد قيمة س في كلٍ من الحالات الآتية:

① $\sqrt[٣]{س} = ٥$ س = ١٢٥

② $س^٣ = -٨$

③ $\sqrt[٣]{س} = -\frac{١}{٢}$

④ $س^٣ - ١٢٥ = ٠$ س = ٥

⑤ $\sqrt[٣]{س} = -\sqrt{٤}$

⑥ $س^٢ = ٦٤$

٣ أوجد مجموعة الحل المعادلات الآتية في ن:

① $س^٣ + ٢٧ = ٠$

② $(س+٣)^٣ = ٣٤٣$

③ $٨س^٣ + ٧ = ٨$

④ $(٥س-٢)^٢ + ١٠ = ١٤$

٤ مسائل تطبيقية

① إناءٌ مكعبُ الشكل سَعته لتر واحد، احسب طول حرفه.

② كرة حجمها $\frac{١٣٧٢}{٨١}\pi$ وحدة مكعبة.

أوجد طول قطرها (حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}\pi نق^٣$)

③ مكعب حجمه ٢٧ سم^٣ أوجد طول حرفه ؟

④ كرة حجمها ٣٨٨٠٨ سم^٣ أوجد طول قطر هذه الكرة ؟

٥ أكمل الجدول التالي:

العدد أ	٨	-٢٧	......	$٣\frac{٣}{٨}$	$-\frac{٨}{١٢٥}$	...	.....
$\sqrt[٣]{أ}$	...	.....	-١٠	.....	....	٦	-٤

٦ اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين

① $\sqrt[٣]{(-٨)^{٢}}$ = ... (٢ أو -٢ أو ٤ أو -٤)

② $\sqrt{٢٥} - \sqrt[٣]{-١٢٥}$ = ... (١٠ أو ٠ أو ٥ أو ±٥)

③ $\sqrt[٣]{٣\frac{٣}{٨}} + \sqrt{٠,٢٥}$ = ... ($\frac{٣}{٢}$ أو $\frac{١}{٢}$ أو ٢ أو -٢)

④ $\sqrt{١٠٠} \times \sqrt[٣]{-٠,٠٠٨}$ = ... ($\frac{١}{٢}$ أو ١٠ أو ٢ أو -٨)

⑤ المساحةُ الجانبية لمكعب حجمه ٢١٦سم^{٣} = ...سم^{٢}
(٣٦ أو ٦ أو ١٤٤ أو ٢١٦)

⑥ $\sqrt[٣]{س^{٦}}$ = ... (س^{٣} أو س^{٢} أو س أو س^{٤})

⑥ $\sqrt[٣]{-٢٧} + \sqrt{١٢\frac{١}{٤}} + \sqrt[٣]{٠,١٢٥}$ = ...
(١ أو ٠ أو -١ أو $\frac{١١}{٢}$)

(تقييم)

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

① $\sqrt[٣]{(-٨)^{٣}}$ = ... (٢ ، -٢ ، ٤ ، -٨)

② $\sqrt[٣]{١٠٠٠} \times \sqrt[٣]{-٠,٠٠٨}$ = ...
($\frac{١}{٢}$ ، ١٠ ، ٢ ، -٢)

③ $\sqrt[٣]{س^{٦}} = \sqrt{......}$ (س^{٣} ، س^{٢} ، س ، س^{٤})

④ مكعب طول حجمه ٠,٠٠٨سم^{٣} فإن طول حرفه يساوي .... سم
(٠,٢ ، ٠,٠٢ ، ٠,٠٠٢ ، ٢)

السؤال الثاني : أكمل ما ياتي :

① $\sqrt[٣]{٠,٠٠١}$ = ... ③ $\sqrt[٣]{١^{٣}}$ = ...

② $\sqrt[٣]{٢٧} - \sqrt[٣]{٦٤}$ = ...

④ إذا كان حجم مكعب ٦٤سم^{٣} فإن طول حرفه = ... سم

⑤ إذا كانت ٨س^{٣} + ٢٧ = ٠ فإن : س = ...

السؤال الثالث :

أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية حيث س ∈ ح :

① (س + ٣)^{٣} = ٣٤٣ ② ٢س^{٣} - ٥ = س^{٣} + ٣

الدرس (2)

مجموعة الأعداد غير النسبية ن̄

أولا: تعريف العدد الغير نسبي :

درست العام السابق أن العدد النسبي:

هو العدد الذى يكمن وضعه على الصورة $\frac{أ}{ب}$

مثل ٢ ، $\frac{-٣}{٤}$ ، $\sqrt{٢٥}$ ، $\sqrt[٣]{٢٧}$

الأعداد مربعات كاملة أو مكعبات كاملة والجذور التربيعية والتكعيبية لهذه الأعداد بالتالي كل منها عدد نسبي

العدد غير النسبى :

هو العدد الذي لا يمكن وضعه على صورة $\frac{أ}{ب}$

حيث أ ، ب ∈ ص ، ب ≠ صفر

ويرمز له بالرمز ن̄ **فمثلاً :**

① **الجذور التربيعية للأعداد ليست مربعات كاملة**

مثل : $\sqrt{١١}$ ، $\sqrt{٨}$ ، $\sqrt{\frac{٢٥}{٢}}$ ، $-\sqrt{١٥}$ ، ....

② **الجذور التكعيبية للأعداد ليست مكعبات كاملة**

مثل : $\sqrt[٣]{٦}$ ، $\sqrt[٣]{\frac{١٦}{١٢٥}}$ ، $\sqrt[٣]{٤}$ ، ....

③ **النسبة التقريبية** (π) و π + ٤ ، $\frac{π}{٢}$ ، ٥π

π عدد غير نسبي لان π كسر عشري غير منته وغير دائر بينما $\frac{٢٢}{٧}$ ، ٣,١٤ أعداد نسبية لأنها قيمة تقريبية للعدد π

أمثلة أخري للأعداد غير النسبية

$\sqrt{٢} + ١$ ، $١ - \sqrt[٣]{١٦}$ ، $٢\sqrt{٧}$

لا حظ أن :

① ن ∩ ن̄ = ∅

② كل عدد غير نسبي تنحصر قيمته بين عددين نسبيين

$\sqrt{٦}$ ∈ ن̄	$\sqrt{٧}$ ∈ ن̄	$\sqrt{٩}$ ∈ ن
$\sqrt[٣]{٨}$ ∈ ن	$\frac{٠}{٢}$ ∈ ن	$\sqrt[٣]{٩٥}$ ∈ ن
$\frac{٢٢}{٧}$ ∈ ن	$٠,\dot{٦}$ ∈ ن	$\sqrt[٣]{١٠}$ ∈ ن̄
π + ٤ ∈ ن̄	٠,٣٥٠ ∈ ن	$\sqrt{٢٥} + \sqrt[٣]{١٦}$ ∈ ن̄

١ أكمل باستخدام أحد الرمزين ∈ أو ∉ :

١) ٣ ∋ .....   ٥) √٣ ∋ .....

٢) -٠,٧ ∋ ....   ٦) √٩ ∋ .....

٣) ∛-٨ ∋ .....   ٧) ∛٥ ∋ .....

٤) π ∋ ....   ٨) ∛٢٥ ∋ .....

٢ ضع دائرة حول العدد غير النسبي في كل مما يأتي:

√٥ ، -٠,٣ ، ∛-١ ، ∛٩ ، ٢٢/٧ ، √(٩/٧)

٣ اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

١) المربع الذى طول ضلعه √٣ سم تكون مساحة سطحه = ... سم² (٤ أو √٣ أو ٩ أو ٣ أو ٦)

٢) العدد غير النسبي المحصور بين ٣ ، ٤ هو .... (٣,٥ أو ١/٨ أو √٧ أو √١٠)

٣) العدد غير النسبي المحصور بين -٢، -١ هو ...... (-٣ أو -١ ١/٢ أو -√٣ أو √٢)

٤ أوجد مجموعة حل كلا من المعادلات الآتية فى ح

① س² - ١ = ٤

س² = ٤ + ١

س² = ٥

س = ± √٥

م.ح = {± √٥}

③ ٤ س³ - ٢٥ = ٠

----

② س³ - ٢ = ٥

س³ = ٥ + ٢

س³ = ٧

س = ∛٧

م.ح = {∛٧}

④ س² + ٢ = ١١

----

٥ أوجد قيمة س فى كلٍّ من الحالات الآتية:

١) س² = ٥   ٤) (س + ١)² = ٧

٢) س³ = ٦   ٣) ٢ س² + ١ = ٣٥

ثانيا:إيجاد قيمة تقريبية للعدد غير النسبي:

كل عدد غير نسبى تقع قيمته بين عددين نسبيين أو صحيحين

مثال أوجد : عددين صحيحين متتاليين ينحصر بينهما العدد √١١

١- نبحث عن عددين كل منها مربع كامل يحصران العدد ١١ فنجد أنهما ٩ ، ١٦

٢- نرتب هذه الأعداد ويفضل تصاعديا : ٩ < ١١ < ١٦

٣- نأخذ الجذر التربيعي للأطراف : √٩ < √١١ < √١٦

أى أن : ٣ < √١١ < ٤

∴ **العدد** √١١ **ينحصر بين العددين الصحيحين ٣ ، ٤**

① **أوجد :** عددين صحيحين متتاليين ينحصر بينهما العدد √٦

√..... < √٦ < √.....

② **أوجد :** عددين صحيحين متتاليين ينحصر بينهما العدد ∛١٣

ولإيجاد قيمة تقريبية للعدد √١١

يمكن أن نقول أن : √١١=٣ + كسر عشري ما

نفحص قيم الأعداد التالية:

(٣,١)² = ٩,٦١   (٣,٢)² = ١٠,٢٤

(٣,٣)² = ١٠,٨٩   (٣,٤)² = ١١,٥٦

نرتب الأعداد التى تحصر ال١١ : ١٠,٨٩ < ١١ < ١١,٥٦

نأخذ الجذر التربيعي للأطراف :

√١٠,٨٩ < √١١ < √١١,٥٦

أي أن : ٣,٣ < √١١ < ٣,٤

أي أن : ٣,٣ ، ٣,٤ تعتبر قيم تقريبية للعدد √١١

ويمكن عمل ذلك باستخدام حاسبة الجيب :

اثبت أن

③ √٣ ينحصر بين ١,٧ ، ١,٨

نضع الأعداد الثلاثة بنفس الصورة :

١,٧ < √٣ < ١,٨

بتربيع الأطراف الثلاثة

∴ ٢,٨٩ < ٣ < ٣,٢٤

∴ √٣ ينحصر بين ١,٧ ، ١,٨

③ ∛٢٥ ينحصرين العددين ٢,٤ ، ٢,٥

ثالثا: تمثيل العدد الغير نسبي علي خط الأعداد:

أولاً: طول الوتر = $\frac{\text{العدد الذى تحت الجذر} + ١}{٢}$

ثانياً: الضلع الآخر = $\frac{\text{العدد الذى تحت الجذر} - ١}{٢}$

فيكون الضلع الثالث = قيمة العدد الغير نسبي

ويتم رسم الضلع الأخر بحيث يكون عموديا على خط الأعداد ثم من نهايته نركز بسن الفرجار بعد فتحه بفتحه تساوى طول الوتر ونرسم قوس يقطع خط الأعداد عند قيمة العدد الغير نسبي

ملحوظة مهمة جداجدا :

إذا كان العدد موجب نرسم على اليمين

إذا كان العدد سالب فإن إتجاه الرسم يكون على اليسار

مثال مثل العدد $\sqrt{٧}$ على خط الأعداد

طول الوتر = $\frac{٧ + ١}{٢} = ٤$

طول ضلع القائمة = $\frac{٧ - ١}{٢} = ٣$

نقيم عمودا على خط الأعداد عند الصفر طوله يساوى ٣ سم

ثم نفتح الفرجار فتحة تساوى ٤ سم ونرسم قوسا يقطع خط الأعداد عند القيمة $\sqrt{٧}$

① مثل العدد $-\sqrt{٥}$ على خط الأعداد

طول الوتر = $\frac{\quad + \quad}{٢}$ =

طول ضلع القائمة = $\frac{\quad - \quad}{٢}$ =

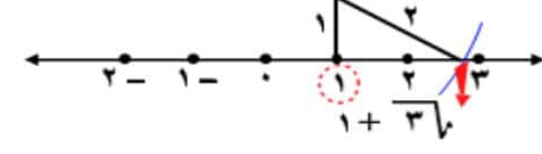
نتحرك إلي اليسار

② مثل العدد $\sqrt{٣} + ١$ على خط الأعداد

طول الوتر = $\frac{٣ + ١}{٢} = ٢$

طول ضلع القائمة = $\frac{٣ - ١}{٢} = ١$

نرسم المثلث من النقطة ١ ونتحرك إلي اليمين



③ مثل العدد غير النسبى $\sqrt{٥} + -٢$ على خط الأعداد.



طول الوتر = $\frac{\quad + \quad}{٢}$ =

طول ضلع القائمة = $\frac{\quad - \quad}{٢}$ =

نرسم المثلث من النقطة -٢

ونتحرك إلي اليمين

رابعا : تطبيقات علي العدد الغير نسبي :

④ **أوجد** مجموعة حل كل من المعادلات الآتية فى ن

١) $٠,٠٠١ س^٣ = -٨$ ٢) $س^٢ = ٥$

$س^٣ = \frac{-٨}{٠,٠٠١} = -٨٠٠٠$

$\therefore س = \sqrt[3]{-٨٠٠٠}$

$= -٢٠ \in ن$

$\therefore م . ح = \emptyset$

مساحة مربع طول ضلعه ل = ل^٢	مساحة الدائرة = π نق^٢

مثال دائرة مساحة سطحها ٣π سم^٢ أوجد محيطها.

مساحة سطح الدائرة = π نق^٢

$٣\pi = \pi$ نق^٢ $\therefore$ نق$^٢ = ٣$

نق = $\sqrt{٣}$ سم أو نق = $-\sqrt{٣}$ سم (مرفوض)

محيط الدائرة = ٢ π نق = ٢ $\pi \times \sqrt{٣}$ = ٢ $\sqrt{٣}\,\pi$ سم.

① دائرة مساحة سطحها ١١π سم^٢ أوجد طول القطر .

② مربع مساحة سطحه ٢٨ سم^٢ أوجد طول كلا من ضلعه وقطره؟

مساحة المربع = ل^٢	مساحة المربع = $\frac{م^٢}{٢}$
(بمعلومية طول ضلعه)	(بمعلومية طول قطره)
ل^٢ =	$\frac{م^٢}{٢}$ = $م^٢$ =
$\sqrt{ل^٢} = \sqrt{\quad}$	$\sqrt{م^٢} = \sqrt{\quad}$
ل = $\pm \sqrt{\quad}$	م = $\pm \sqrt{\quad}$
ل = سم	م = سم

لاحظ أن الطول لايكون إلاموجب نستبعد السالب

(الواجب المنزلي)

١ ضع دائرةً حولَ العددِ غير النسبيِّ

$\sqrt{٣}$ ، −٠,٢ ، $\sqrt[3]{-١}$ ، $\sqrt[3]{٩}$ ، $-\sqrt{\frac{٤}{٢٥}}$

٢ أوجد قيمةَ س فى كلٍّ من الحالاتِ الآتية ، وبيِّن ما إذا كانت س ∈ ن أم س ∈ نَ

(أ) $٤س^{٢} = ٩$ (ى) $س^{٣} = ١٠$

(ب) $٢س^{٢} = ٦$ (هـ) $(س - ١)^{٢} = ٤$

(جـ) $س^{٣} = ١٢٥$ (و) $(س - ٢)^{٣} = ١$

٣ فكّر إذا كانت س عددًا صحيحًا فأوجد قيمة س فى كل من الحالات الآتية:

١) $س < \sqrt{٧} < س + ١$ ٤) $س < \sqrt[3]{٣٠} < س + ١$

٢) $س < \sqrt[3]{٥} < س + ١$ ٥) $س < \sqrt{١٢٥} < س + ١$

٣) $س < \sqrt{٨٠} < س + ١$ ٦) $س < \sqrt[3]{١٠٠} < س + ١$

٤ اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :

١) العدد غير النسبى المحصور بين ٢، ٣ هو ....

($\sqrt{١٠}$ أو $\sqrt{٧}$ أو ٢,٥ أو $\sqrt{٣}$).

٢) $\sqrt{١٠}$ = ... (٢,٩٩ أو ٣,٧١ أو ٣ أو −٣,٢).

٣) أقرب عددٍ صحيح للعدد $\sqrt[3]{٢٥}$ هو ....

(٥ أو ٣ أو ٢ أو ١٢,٥).

٤) المربع الذى مساحته ١٠سم² يكون طول ضلعه ....سم

(٥ أو −٥ أو $\sqrt{١٠}$ أو $-\sqrt{١٠}$).

٥) المكعب الذى حجمه ٦٤سم³ يكون طول حرفه ....سم

(٨ أو ٤ أو ١٦ أو ٦٤).

٦) مجموعة حل المعادلة $س^{٢} + ٤ = ٠$ في ح هي ....

({٢} أو {−٢} أو {٢ ، −٢} أو ∅)

٧) مجموعة حل المعادلة $س^{٢} - ٣ = ٠$ في حَ هي ....

({٣} أو {$\pm\sqrt{٣}$} أو {٣ ، −٣} أو ∅)

٨) العدد النسبى فى الاعداد التالية هو ....

($\sqrt{٥}$ أو $-\sqrt{١٦}$ أو $\sqrt[3]{\frac{٥}{٢٧}}$ أو $\pi - ٣,٥$)

٥ ارسم خطَّ الأعداد وحدِّد عليه النقطة

① أ التى تمثل العدد $\sqrt{٢}$

② النقطة ب التي تمثل العدد $١ + \sqrt{٢}$

③ النقطة جـ التى تمثل العدد $١ - \sqrt{٢}$

٦ أوجد عددين صحيحين متتاليين : ينحصر بينهما العدد $\sqrt{١٢}$

٧ أوجد قيمة تقريبية للعدد $\sqrt{١٠}$ ، وتحقق من صحة إجابتك باستخدام الآلة الحاسبة .

٨ مربع مساحته ٣٢سم² **أوجد** طول ضلعه وطول قطره

٩ أثبت أن :

① $\sqrt{٦}$ ينحصربين ٢,٤ ، ٢,٥

② $\sqrt[3]{١٢}$ ينحصرين بين ٢,٢ ، ٢,٣

(تقييم تراكمي)

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

① العدد غير النسبى المحصور بين ٣ ، ٤ هو......

($\sqrt{١٠}$ ، $\sqrt{٧}$ ، $\frac{١}{٨}$ ، ٣,٩)

② $\sqrt{١٠} \simeq$ ...... (٢,٩٩ ، −٣,٧١ ، ٣ ، −٣,٢)

③ $\sqrt{٩}$ ...... ٣ (< ، > ، = ، ≤)

④ $-\sqrt{١٠٠٠} = \sqrt[3]{......}$ (−١٠ ، −١٠٠ ، ١٠٠٠ ، −١٠٠٠)

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي :

① مجموعة حل المعادلة $س^{٣} - ٢ = ٠$ حيث : س ∈ حَ هي ......

② المربع الذى طول ضلعه $\sqrt{٣}$ تكون مساحة سطحه = ... سم²

③ مجموعة حل المعادلة $س^{٣} = -٨$ حيث : س ∈ حَ هي ......

④ $\sqrt[3]{أ^{٣}}$ = ...

السؤال الثالث :

(أ) كرة حجمها $\frac{٤٣٥٦}{٨١}$ ط **أوجد** طول قطرها

(ب) أثبت أن: $\sqrt{٤٥}$ تنحصر بين ٦,٧ ، ٦,٨

(جـ) حدد على خط الأعداد النقطة التي تمثل العدد $١ + \sqrt{٥}$

الدرس (3) مجموعة الأعداد الحقيقية (ح)

مجموعة الأعداد الحقيقية ح

هى المجموعة الناتجة من إتحاد المجموعتين ن ، نَ

$\therefore$ ح = ن ∪ نَ



وعلى ذلك فإن أى عدد طبيعى أو صحيح أو نسبى أو غير نسبى هو عدد حقيقى وشكل فى المقابل يوضح ذلك

مثال على الأعداد الحقيقية

فمثلاً: كل من الأعداد التالية هو عدد حقيقى :

٨ ، $\frac{٣}{٤}$ ، ٠ ، $\sqrt{٧}$ ، ٢ + $\sqrt{٢}$ ، π ، ......

أمثلة للأعداد غير الحقيقية:

١- فالجذر التربيعى لأى عدد سالب لا يمثل عدد حقيقى $\sqrt{-١}$ لأنه لا يوجد عدد حقيقى إذا ضرب فى نفسه يعطى −١

٢- الرمزان : ∞ ، −∞ لا يمثلان أعداد حقيقية لأنهم يعبران أكبر عدد حقيقى موجب وصغر عدد حقيقى

٣- $\frac{س}{صفر}$ ليس لها معنى إذن فهى لا تمثل عدد حقيقى

ملاحظات ⇐

① ن ∪ نَ = ح أو ن ∩ نَ = ∅

② ط ⊂ ص ⊂ ن ⊂ ح

③ ح = ح₊ ∪ {٠} ∪ ح₋

④ ح₊ = { س : س ∈ ح ، س > ٠ }

ح₊ تعنى مجموعة الأعداد الموجبة وهي التي تكون أكبر من الصفر وتقع يمين العدد صفر

⑤ ح₋ = { س : س ∈ ح ، س < ٠ }

ح₋ مجموعة الأعداد الحقيقية السالبة وهي التي تكون أصغر من الصفر وتقع يسار العدد صفر (تسبق الصفر)

⑥ ح* = ح − {٠} = ح₊ ∪ ح₋

⑦ مجموعة الاعداد الحقيقية غير السالبة = ح₊ ∪ {٠}

= ح − ح₋ = { س : س ∈ ح ، س ≥ ٠ }

⑧ مجموعة الاعداد الحقيقية غير الموجبة = ح₋ ∪ {٠}

= ح − ح₊ = { س : س ∈ ح ، س ≤ ٠ }

كلُّ عددٍ حقيقيٍّ تمثله نقطةٌ واحدةٌ على خطِّ الأعداد

الصفر

الأعداد حقيقية موجبة — الأعداد الحقيقية السالبة

١ أكمل بوضع الرمز المناسب ∈ أو ∉

① $\sqrt{٣}$ ...... ح ⑥ $\sqrt[٣]{\frac{-٢٧}{٨}}$ ...... ح

② $-\sqrt{٥}$ ...... ح₋ ⑦ صفر ...... ح

③ صفر ...... ح₊ ⑧ ٢,٤ ...... ح

④ π ...... ح ⑨ ٣ ...... ح₊

⑤ $\frac{٢}{٠}$ ...... ح ⑩ $\sqrt{-٢٥}$ ...... ح₋

مثال رتب الأعداد الآتية تصاعدي :

$\sqrt{٢٧}$ ، $-\sqrt{٤٥}$ ، $\sqrt{٢٠}$ ، ٦ ، ٠ ، $\sqrt[٣]{-١}$

لترتيب الأعداد الآتية يجب المقارنة بينهما وللمقارنة بينهما يجب أن تكون لهم نفس رتبة الجذور

٦ = $\sqrt{٣٦}$ ، $\sqrt[٣]{-١}$ = $-\sqrt{١}$ ، ٠ = $\sqrt{٠}$

الأعداد هي :

$\sqrt{٢٧}$ ، $-\sqrt{٤٥}$ ، $\sqrt{٢٠}$ ، $\sqrt{٣٦}$ ، $\sqrt{٠}$ ، $-\sqrt{١}$

فيكون الترتيب هو :

$-\sqrt{٤٥}$ ، $\sqrt[٣]{-١}$ ، ٠ ، $\sqrt{٢٠}$ ، $\sqrt{٢٧}$ ، ٦

٢ رتب الأعداد الآتية تنازليا :

$\sqrt{٣٦}$ ، $\sqrt[٣]{٢٥}$ ، −٢ ، |−٧| ، $\sqrt[٣]{-٤٩}$

مثال أكتب ثلاثة أعداد غير نسبية تنحصر بين ٥ ، ٦

مربع العددين ٥ ، ٦ كمايلي ٥² = ٢٥ ، ٦² = ٣٦

بينهم ٢٦ ، ٢٧ ، ٢٨ ، ......

٢٥ < ٢٦ < ٢٧ < ٢٨ < ٣٦

٥ < $\sqrt{٢٦}$ < $\sqrt{٢٧}$ < $\sqrt{٢٨}$ < ٦

$\therefore$ **الأعداد غير النسبية المطلوبة هي :** $\sqrt{٢٦}$ < $\sqrt{٢٧}$ < $\sqrt{٢٨}$

٣ أوجد أربعة أعداد غير نسبية تنحصر بين ٤ ، ٥

٤ أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية فى ح

① $س^٢ - ١ = ٩$	② $٢س^٢ + ٦ = ٤$
$س^٢ = ٩+١$	$٢س^٢ = ٤ - ٦$
$س^٢ = ١٠$	$٢س^٢ = -٢$ (÷٢)
$س = ± \sqrt{١٠} ∈ ح$	$س^٢ = -١$
∴ م.ح = $\{± \sqrt{١٠}\}$	$س = ± \sqrt{-١} ∉ ح$
	∴ م.ح = ∅
③ $٣س^٢ + ١٢٥ = ٢١٢$	④ $٢س^٣ + ٦ = ٨$

(الواجب المنزلي)

١ أكمل الجدول بوضع علامة (✓) في المكان المناسب :

العدد	طبيعي	صحيح	نسبي	غير نسبي	حقيقي
-٩		✓	✓		✓
$١\frac{١}{٢}$					
$\sqrt[٣]{٩}$					
$\lvert -٢ \rvert$					
$-\sqrt{٤}$					
$\frac{٥}{٢}$					
٠,٣					
$\sqrt{-١}$					

٢ ضع العلامةَ المناسبةَ (> أو < أو =)

١) $\sqrt{٥}$ ☐ ٢   ٤) $\sqrt[٣]{٨}$ ☐ $\sqrt{٤}$

٢) $١+\sqrt{٢}$ ☐ $\sqrt{٣}$ ٥) $\sqrt[٣]{-٢٤}$ ☐ -٢

٣) $\sqrt{٧}$ ☐ ٢,٦   ٦) $-٣\sqrt{٥}$ ☐ $\sqrt{١٦}$

٣ أكمل ما يأتي:

١) $ص ∪ ص̄ =$ ....   ١) $ص ∩ ص̄ =$ ....

٢) $ح - ص =$ ....   ٢) $ح_+ ∪ ح_- =$ ....

٣) كل عدد نسبي هو عدد .....   ٣) كل عدد نسبي هو عدد ....

٤) $ح - ص̄ =$ ....   ٤) $ح_+ ∩ ح_- =$ ....

٥) $ص_+ ∩ ص_- =$ ..   ٥) كل عدد طبيعي هو عدد .....

٦) مجموعة حل المعادلة $س^٢ + ١ = ٠$ فى ح هى ....

٧) $\{س : س ∈ ح ، ٢س < ٠\} =$ ....

٨) أكتب ٤ أعداد غير نسبية تنحصر بين ٣ ، ٤ ....

٩) أكتب ٣ أعداد حقيقية تقع بين ٦ ، ٧ .....

٤ رتب الأعداد الآتية تصاعديا :

(١) $\sqrt{٦٢}$ ، ، $-\sqrt{٥٠}$ ، $\sqrt{٧٠}$

(٢) $\sqrt{٨}$ ، -٣ ، $\sqrt[٣]{-١}$ ، $\lvert -١ \rvert$ ، صفر ، $\sqrt{١٦}$

٥ رتب الأعداد الآتية تنازليا :

(١) $\sqrt{٧}$ ، -٥ ، $\sqrt{٢}$ ، $\sqrt[٣]{-٢٧}$ ، صفر ، ٠,٣

(٢) $\sqrt{٣٦}$ ، $\sqrt[٣]{٢٥}$ ، -٢ ، $\lvert -٧ \rvert$ ، $\sqrt[٣]{-٤}$

٦ إقرأ ثم أجب مستخدما مفتاح الحل :

١) مكعب مساحته الكليه ١٨٠ سم٢ أوجد طول حرفه، هل طول الحرف عدد نسبى؟

المساحة الكلية للمكعب = $٦ ل^٢$

٢) أوجد طول حرف مكعب حجمه ١٢٥سم٣ ، هل طول الحرف عدد نسبى؟

حجم المكعب = $ل^٣$

٣) أوجد طول ضلع مربع مساحته ٥سم٢ ، هل طول الضلع عدد نسبى؟

مساحة المربع = $ل^٢$

٧ أوجد مجموعة حل المعادلات الآتية حيث

١) $٣س^٢ + ٢٥ = ٤٩$ $س ∈ ح_+$

٢) $\frac{١}{٢}س^٣ - ٨ = ٨$ $س ∈ ح_-$

٣) $٢س^٢ + ١٠ = ٨$ $س ∈ ح$

الدرس (4) الفترات

يوجد بين كل عددين نسبيين عدد لا نهائي من الأعداد النسبية وغير النسبية التي يستحيل سردها في مجموعة وبالتالي نستخدم طريقه أخري للتعبير عن المجموعات الجزئية من الأعداد الحقيقية وهي الفترات.

الفترة : هي مجموعة جزئية من الأعداد الحقيقية

لاحظ الفرق

(٣ ، ٧) زوج مرتب وهو عنصر واحد

{ ٣ ، ٧ } مجموعة مكونة من عنصرين فقط ٣ ، ٧

[٣ ، ٧] فترة وهى مجموعة كل الأعداد الحقيقية من ٣ ، ٧ تتكون من عدد لانهائى من العناصر

أنواع الفترات

أولاً : الفترات المحدودة

بفرض العددين أ ، ب ∈ ح ، أ < ب فإن :

الفترة	التعبير الرياضي	التمثيل بالصفة المميزة	التمثيل علي خط الأعداد
الفترة المغلقة	[أ ، ب]	{س : س ∈ ح ، أ ≤ س ≤ ب }	أ ● ——— ● ب
الفترة المفتوحة	] أ ، ب [	{س : س ∈ ح ، أ < س < ب }	أ ○ ——— ○ ب
الفتره نصف المفتوحة/ المغلقة	[أ ، ب [	{س : س ∈ ح ، أ ≤ س < ب }	أ ● ——— ○ ب
	] أ ، ب]	{س : س ∈ ح ، أ < س ≤ ب }	أ ○ ——— ● ب

ملحوظة 1 مهمة جدا جدا :

❶ عند كتابة الفترة يجب كتابة العدد الأصغر أولا (اليمين)

❷ أ ، ب ∈ [أ ، ب] أو أ ، ب ∉] أ ، ب [

❸ أ ∈ [أ ، ب [، ب ∉ [أ ، ب [

❹ أ ∉] أ ، ب] ، ب ∈] أ ، ب]

1 أكمل مايأتي كما بالمثال :

① إذا كانت س = [١ ، ٥] فإن

س = ١ ● ——— ● ٥

{س : س ∈ ح ، ١ ≤ س ≤ ٥ }

١ ∈ س ، ٥ ∈ س

٣ ---- س ، ٠ ---- س

$\sqrt{2}$ ∈ س ، $\sqrt{26}$ ∉ س

② إذا كانت ص =] -٣ ، ٤ [فإن

ص = -٣ ○ ——— ○ ٤

{ : ∈ ح ، < ص < }

-٣ ص ، ٤ ص

-$\sqrt{7}$ ص ، $\sqrt[3]{25}$ ص

٠ ص ، ٥ ص

③ إذا كانت ع =] ٠ ، ٤] فإن

ع = ٠ ——— ٤

{ : ∈ ح ، < < }

٠ ---- ع ، ٤ ---- ع

٣ ---- ع ، -$\sqrt{6}$ ---- ع

$\sqrt[3]{32}$ ---- ع ، ٤,٢ ---- ع

ثانياً : الفترات غير المحدودة :

الفترة	التمثيل بالصفة المميزة	التمثيل علي خط الأعداد
[أ ، ∞ [	{س : س ∈ ح ، س ≥ أ }	أ ● ——→
] أ ، ∞ [	{س : س ∈ ح ، س > أ }	أ ○ ——→
] -∞ ، أ]	{س : س ∈ ح ، س ≤ أ }	←—— ● أ
] -∞ ، أ [	{س : س ∈ ح ، س < أ }	←—— ○ أ

ملحوظة 2 مهمة جدا جدا :

١) ح =]-∞ ، ∞[= ح₊ ∪ {٠} ∪ ح₋ أما ح₊ =]٠ ، ∞[أما ح₋ =]-∞ ، ٠[

٢) ∞ ، -∞ ليسا عددين حقيقيين ∞ وهو أكبر من أي عدد حقيقي -∞ وهو أصغر من أي عدد حقيقي

٣) مجموعة الاعداد الحقيقية غير السالبة = [٠ ، ∞[أما غير الموجبة =]-∞ ، ٠]

٤) عند كتابة الفترة يجب أن تكون الفترة مفتوحة من ناحية ∞ أو -∞ ويجب كتابة -∞ في البداية و ∞ في الآخر

٢ أكمل الجدول التالي كما بالمثال :

الفترة	التمثيل بالصفة المميزة	التمثيل علي خط الاعداد
[٢ ، ٥]	{س : س ∈ ح ، ٢ ≤ س ≤ ٥}	٢ ٥
]-٣ ، ٤[	{س : س ∈ ح ، -٣ < س < ٤}	....
[١ ، ٣[	{س : س ∈ ح ، ..... ≤ س < .....}	....
....	{س : س ∈ ح ، ٠ < س ≤ ٥}	....
[١ ، ∞[	{س : س ∈ ح ، س ≥ ١}	١
....	{ .... }	٠
]٠ ، ∞[	{ .... }	....

(الواجب المنزلي)

١ ضع الرمز المناسب ∈ أو ∉ أو ⊂ أو ⊄

١) ٢ ☐ [٢ ، ٣]   ٤) √٥ ☐]-١ ، ∞[

٢) ٥ ☐]-∞ ، -٦]   ٥) √-٤ ☐]-∞ ، ٣]

٣) ١٠^١٠ ☐]٣ ، ∞[٦) صفر ☐ [-١ ، ٣]

٤) [١ ، ٢] ☐]-١ ، ∞[٧) ١/٢ ☐ [٠ ، ٣]

٢ أكتب الفترات الآتية بطريقة الصفة المميزة ومثلها علي خط الأعداد

١) [-٢ ، ٣]

٢)]-∞ ، ١]

٣)]-١ ، ٢]

٤)]٣ ، ∞[

٣ أكتب مايعبر عنه الشكل المقابل :

١) ٢ ٥

٢) ٠ ٤

٣) -٣

٤) ٢

٥) -١ ٠ ١

٤ أوجد علي صورة فترة ومثلها علي خط الأعداد:

١) {أ : أ ∈ ح ، أ > ٢}

٢) {س : س ∈ ح ، س < ٣}

٣) {س : س ∈ ح ، س ≥ ∛-٨}

٤) مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من |-٣|

٥) {أ : أ ∈ ح₊ ، -٢ ≤ أ < ٥}

الدرس (5) العمليات علي الفترات

الفترات مجموعات جزئية من من مجموعة الأعداد الحقيقية ح ، فإنه يمكن إجراء عمليات الاتحاد والتقاطع والفرق والمكملة على الفترات .

أولاً :الإتحاد = جميع العناصر الموجودة فى المجموعتين

أوجد مستعيناً بخط الأعداد :

① [-٢ ، ٥] ∪ [١ ، ٩[= [-٢ ، ٩[

-٢ ، ١ ، ٥ ، ٩

② [-٢ ، ٥] ∪]-٢ ، ٩[= [، [

-٢ ، ٥ ، ٩

③]-٢ ، ٥] ∪ [-٢ ، ٥] = [،]

-٢ ، ٥

④]٠ ، ٤[∪ [-٣ ، ٩] =

⑤]٢ ، ∞[∪ {٢ ، ٧} =

⑥]-∞ ، ٧[∪]٣ ، ∞[=

ثانيا :التقاطع = جميع العناصر المشتركة بين المجموعتين

أوجد مستعيناً بخط الأعداد :

① [-٢ ، ٥] ∩ [١ ، ٩[= [١ ، ٥]

-٢ ، ١ ، ٥ ، ٩

② [-٢ ، ٥] ∩]-٢ ، ٩[=] ،]

-٢ ، ٥ ، ٩

③]-٢ ، ٥] ∩ [-٢ ، ٥] =

④]٢ ، ٤] ∩ {٢ ، ٧} =

⑤]٠ ، ∞[∩]٢ ، ∞[=

⑥]-∞ ، -٢] ∩]٣ ، ∞[=

ثالثا :الفرق

أ - ب = جميع العناصر الموجودة فى أ وغير موجودة فى ب

أوجد مستعيناً بخط الأعداد :

① [-٢ ، ٥] − [١ ، ٩[= [-٢ ، ١[

-٢ ، ١ ، ٥ ، ٩

② [-٢ ، ٥] −]-٢ ، ٩[= {-٢}

-٢ ، ٥ ، ٩

③]-٢ ، ٥] − [-٢ ، ٥] =

④]٢ ، ٥] − {٢ ، ٥} =

⑤ {٢ ، ٧} −]٣ ، ∞[=

رابعا : المكملة

سَ = كل ما هو خارج الفترة من أعداد حقيقية

سَ = ح − س

أوجد مستعيناً بخط الأعداد :

① س =]-٢ ، ∞[

-∞ ، -٢ ، ∞

⇐ سَ =]-∞ ، -٢]

② س =]-∞ ، ٥]

-∞ ، ٥ ، ∞

⇐ سَ =] ، [

③]١ ، ∞[=

[1] إذا كانت س = [٠ ، ٨] ، ص =]٣ ، ∞[مستعينا بخط الأعداد أوجد كلا مما يأتى :-

-∞ ، ٠ ، ٣ ، ٨ ، ∞

① س ∩ ص = ــــــــــ .

② س ∪ ص = ــــــــــ .

③ س − ص = ــــــــــ .

④ ص − س = ــــــــــ .

⑤ سَ = ــــــــــ .

⑥ صَ = ــــــــــ .

[2] إذا كانت س =]٠ ، ٦] ، ص = [-٣ ، ٢]

① س ∩ ص =

② س ∪ ص =

③ س − ص =

④ سَ = ح − س =]-∞ ، ٠] ∪]٦ ، ∞[

⑤ صَ = — = ∪

[3] إذا كانت س = [-١ ، ٤] ، ص = [٣ ، ∞[، ع = {٣ ، ٤} مستعينا بخط الأعداد أوجد :-

س ، ص ، -١ ، ٣ ، ٤

① ص ∩ س =

② ص ∪ س =

③ س − ص =

④ س ∪ ع =

⑤ ع ∩ ص =

⑥ سَ = ح − س =] ، [∪] ، [

(الواجب المنزلي)

١ أكمل ما يأتي:

① [–٣ ، ٥[∪]٣ ، ٨] =
② [–١ ، ٤] ∩ [٢ ، ٥[=
③ [–٢ ، ٣] – [١ ، ٥] =
④]–∞ ، ٥[∪]٦ ، ∞[=
⑤]–∞ ، ٥[∪]٢ ، ∞[= ح –
⑥ ح+ ∩ [٠ ، ٥] =
⑦ ح– ∪]–٣ ، ٠] =

٢ أكمل ما يأتي:

لاحظ أن :
فترة ∩ مجموعة = مجموعة
فترة ∪ مجموعة = فترة
فترة – مجموعة = فترة
مجموعة – فترة = مجموعة

① [٢ ، ٨] ∩ {١ ، ٢ ، ٨} = {٢ ، ٥ ، ٨}
②]٣ ، ٦[∩ {٣ ، ٥ ، ٦ ، ٧} =
③]١ ، ٤[∩ {١ ، ٤} =
④ [٠ ، ٥] ∩ {٠ ، ٥} =
⑤ [٢ ، ٤] – {٢ ، ٤} =
⑥ [٠ ، ٩] – {٠} =
⑦ {٣ ، ١١} –]٣ ، ١١[=
⑧ {٢ ، ٨} – [٢ ، ٨] =
⑨]١ ، ٥[∪ {١ ، ٥} = [١ ، ٥]
⑩]٢ ، ٧[∪ {٢ ، ٧} =
⑪]٠ ، ٥[∪ {٠ ، ٥ ، ٦} =
⑫]٣ ، ٩[∪ {٣} =

٣ إذا كان س = [٣ ، ٥] ، ص =]–٣ ، ٤[
أوجد مستعينا بخط الأعداد ① س ∩ ص ② س ∪ ص ③ س – ص ④ ص – س

٤ إذا كان س = ح+ ، ص =]–٢ ، ٣[
أوجد مستعينا بخط الأعداد ① س ∩ ص ② س ∪ ص ③ س – ص ④ سَ

٥ إذا كانت س = [–٣ ، ٤] ، ص = [٥ ، ∞[، ع = {٥ ، ٤} أوجد مستعينا بخط الأعداد
① س ∪ ص ② س ∩ ص ③ س – ع
④ ص ∩ ع ⑤ صَ ⑥ ص – ع

٦ إختر الإجابة الصحيحة ممابين القوسين :

(١) [٢ ، ٧] – {٢ ، ٧} = ...
([١ ، ٦] ، ∅ ،]٢ ، ٧[، {٠})
(٢) [–٢ ، ٣] ∪]١ ، ٥[= .....
( ]٣ ، ٤] ، [٣ ، ٥] ، [٠ ، ٨] ،]٠ ، ٨[ )
(٣) [١ ، ٥] ∩]–٢ ، ٣[= .....
({١ ، ٣} ،]١ ، ٣[، [١ ، ٣] ، [١ ، ٣[ )
(٤)]–١ ، ٢[– [١ ، ٤] = ...
( ]–١ ، ١[، {–١ ، ١} ،]–١ ، ١] ، [–١ ، ١])
(٥)]–∞ ، م[∩ [–٢ ، ٥] = [–٢ ، ٣] فإن:
م = ... (–٢ ، ٥ ، ٣ ، ∞)
(٦) إذا كانت [–١ ، س] ∩ [ص ، ٥] = [٢ ، ٣]
فإن: $س^{ص}$ = ... (٨ ، $\frac{١}{٥}$ ، ٩ ، –١)

(تقييم تراكمي)

السؤال الأول : أختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

① [٢ ، ٧] – {٢ ، ٧} = ...
([١ ، ٦] ، ∅ ،]٢ ، ٧[، {٠})
② [–٢ ، ٣] ∪]١ ، ٥[= ......
( ]٣ ، ٤] ، [٣ ، ٥] ، [٠ ، ٨] ،]٠ ، ٨[ )
③ كل عدد غير نسبي هو عدد ....
(صحيح ، طبيعي ، نسبي ، حقيقي)
④ صفر .... ح (∈ ، ∉ ، ⊂ ، ⊄)
⑤ $\sqrt{١٠^٢ - ٨^٢}$ = ... (٢ ، ٤ ، ٦ ، ±٢)

السؤال الثاني : أكمل ما ياتي :

① ط ∪ طَ = ... ④ ح+ ∩ [٠ ، ٥] = ...
② ح – ط = ... ⑤ ح+ ∩ ح– = ...
③]–∞ ، ٥[∪]٦ ، ∞[= ......

السؤال الثالث : إذا كانت س = [–٣ ، ٣[، ص =]٠ ، ٣] أوجد مستعيناً بخط الأعداد :
① س ∩ ص ② ص – س ③ سَ

السؤال الرابع :

أ) حل المعادلة : $(٥س - ٢)^٣ = ٨$ حيث : س ∈ ن
ب) رتب الأعداد الآتية تصاعدياً :
$\sqrt{٢٧}$ ، $-\sqrt{٤٥}$ ، $\sqrt{٢٠}$ ، ٦ ، ٠ ، $\sqrt[٣]{-٨}$

الدرس (6) العمليات علي الأعداد الحقيقية

أولا :عملية الجمع :

يتم جمع واختصار الأعداد المتشابهة فى الجذور أما الغير متشابهة فلا يمكن جمعها أو طرحها أنما تترك كما هى . ونتعامل فى ذلك مثل معاملة الرموز

١ إوجد ناتج مايأتى :

① $٢\sqrt{٥} + ٤\sqrt{٥} = (٢ + ٤)\sqrt{٥} = ٦\sqrt{٥}$

② $\sqrt{٣} + ٤\sqrt{٣} =$ ....

③ $٤\sqrt{١٥} - ٣\sqrt{١٥} =$ ....

④ $٦ + ٤\sqrt{٣} = ٦ + ٤\sqrt{٣}$

⑤ $٤\sqrt{٥} - ٤\sqrt{٣} =$ ....

⑥ $٦\sqrt{٥} - ١٦\sqrt{٥} + ٦\sqrt{٥} = - ٤\sqrt{٥}$

⑦ $٤\sqrt{٢} - ٦\sqrt{٢} + ٣\sqrt{٢} =$ ....

⑧ $٣\sqrt{٢} + ٧\sqrt[٣]{٢} + ٥\sqrt{٢} - ٨\sqrt[٣]{٢}$
$=$ ....

خواص عملية الجمع :

① خاصية الأنغلاق :

إذا كانت أ $\in$ ح ، ب $\in$ ح فإن (أ + ب) $\in$ ح

فمثلاً: كل من $٣\sqrt{٢}$ ، $٥\sqrt{٢}$ $\in$ ح

$٣\sqrt{٢} + ٥\sqrt{٢} = ٨\sqrt{٢}$ $\in$ ح عدد حقيقى

② خاصية الإبدال :

إذا كانت أ $\in$ ح ، ب $\in$ ح فإن أ + ب = ب + أ

فمثلاً: $٢ + \sqrt{٣} = \sqrt{٣} + ٢$ ، $٣ - \sqrt{٥} = -\sqrt{٥} + ٣$

③ خاصية الدمج :

إذا كانت أ $\in$ ح ، ب $\in$ ح ، جـ $\in$ ح

فإن (أ + ب) + جـ = أ + (ب + جـ) = أ + ب + جـ

فمثلاً: $(٣ + \sqrt{٢}) + ٥ = ٣ + (\sqrt{٢} + ٥)$
خاصية الدمج

$= ٣ + (٥ + \sqrt{٢})$ خاصية الإبدال

$= (٣ + ٥) + \sqrt{٢}$ خاصية الدمج

$= ٨ + \sqrt{٢}$ خاصية الإنغلاق

④ خاصية المحايد الجمعي : (الصفر)

إذا كان أ $\in$ ح فإن أ + صفر = صفر + أ = أ

فمثلاً: $\sqrt{٥} + ٠ = ٠ + \sqrt{٥} = \sqrt{٥}$

⑤ خاصية المعكوس الجمعي : لكل أ $\in$ ح

يوجد (-أ) $\in$ ح حيث أ + (-أ) = (-أ) + أ = صفرًا

فمثلاً: $\sqrt{٣}$ $\in$ ح معكوسه الجمعي $(-\sqrt{٣})$ $\in$ ح

حيث $\sqrt{٣} + (-\sqrt{٣}) = (-\sqrt{٣}) + \sqrt{٣} =$ صفر

المعكوس الجمعي للعدد $٨\sqrt{٢}$ هو $-٨\sqrt{٢}$

المعكوس الجمعي للعدد $٨ - \sqrt{٢}$ هو $-٨ + \sqrt{٢}$

٢ أكمل ما يأتي:

① $\sqrt{٢} + ٥ = ٥ +$ ....

② $\sqrt{١١} + (-\sqrt{١١}) =$ ....

③ $٧ + \sqrt{٣} = ٥ +$ (.............. + ...)

④ المعكوس الجمعى للعدد $\sqrt[٣]{٨}$ هو ....

⑤ المعكوس الجمعى للعدد $(١ - \sqrt{٢})$ هو ......

⑥ $\sqrt{٣} + (-\sqrt{٣}) =$ ....

⑦ $٧ + \sqrt{٥} - ٣ =$ ....

⑧ $(٤ + \sqrt{٧}) + (٣ - \sqrt{٧}) =$ ....

٣ إختصر لأبسط صورة :

① $٥\sqrt{٧} - ٢\sqrt{٧} + ٣\sqrt{٧} + ٤\sqrt{٧}$
$= (٥ - ٢ + ٣ + ٦)\sqrt{٧} = ٩\sqrt{٧}$

② $٧\sqrt[٣]{٥} + ٣\sqrt[٣]{٥} - ٤\sqrt[٣]{٥}$
$= (٧ + ٣ - ٤)\sqrt[٣]{٥} =$ ....

③ $٣\sqrt{٢} - ٥ + ٨ - ٢\sqrt{٢}$
$=$ .... $=$ ....

④ $\sqrt[٣]{١١} + ١٤ - ٦\sqrt[٣]{١١} - ٧$
$=$ .... $=$ ....

⑤ $٩\sqrt{٢} + ٥\sqrt{٥} + ٣\sqrt{٧} + ٢\sqrt{٥} - ٤\sqrt{٧}$
$=$ .... $=$ ....

ثانيا:عملية الطرح:

لكل أ $\in$ ح ، ب $\in$ ح يكون : أ − ب = أ + (− ب)

أي أن :عملية الطرح ممكنة دائما في ح ولكن ليس لها خواص عملية الجمع

ثالثا :عملية الضرب: :

لاحظ أن ١- عند ضرب الجذور نضرب المعامل × المعامل ثم نضرب الجذر × الجذر

٢- √أ × √أ = أ ، ∛أ × ∛أ × ∛أ = أ

١ أوجد ناتج ماياتى :

① √٢ × ٣ = ٣√٢

② -٢√٥ × ٣√٢ = ...

③ ٣√٢ × ٢√٢ = ٦ × ٢ = ١٢

④ ٥√٣ × √٣ = ...

⑤ √٥ × √٧ = ...

⑥ ٣√٢ × ٥√٢ = ...

⑦ ∛٥ × ∛٥ = ∛٢٥

⑧ ∛٣ × ∛٣ × ∛٣ = ...

خواص عملية الضرب :

① خاصية الأنغلاق :

إذا كانت أ ∈ ح ، ب ∈ ح فإن (أ×ب) ∈ ح

فمثلاً: كل من ٣∛٢ ، ٥∛٢ ∈ ح

٣∛٢ × ٥∛٢ = ١٥∛٢ ∈ ح عدد حقيقى

② خاصية الإبدال :

إذا كانت أ ∈ ح ، ب ∈ ح فإن أ×ب = ب×أ

فمثلاً: ٢ × √٣ = √٣ × ٢ = ٢√٣

③ خاصية الدمج :

إذا كانت أ ∈ ح ، ب ∈ ح ، جـ ∈ ح

فإن (أ × ب) × جـ = أ × (ب × جـ) = أ×ب × جـ

فمثلاً: √٢ × (٥ × √٢) = (√٢ × ٥) × √٢ — خاصية الدمج

= (٥ × √٢) × √٢ — خاصية الإبدال

= ٥ × √٢ × √٢ — خاصية الدمج

= ٥ × ٢ = ١٠ — خاصية الإنغلاق

④ خاصية المحايد الضربي (الواحد)

إذا كان أ ∈ ح فإن أ × ١ = ١ × أ = أ

فمثلاً: ٢√٥ × ١ = ١ × ٢√٥ = ٢√٥

⑤ خاصية المعكوس الضربي

لكل عدد حقيقى أ ≠ ٠ يوجد عدد حقيقى ١/أ

حيث أ × ١/أ = ١/أ × أ = ١ (المحايد الضربى)

فمثلاً: المعكوس الضربى للعدد √٣/٢ هو ٢/√٣

ملحووظة هاامة

لجعل مقام العدد الحقيقي "أ/√ب" عدداً صحيحاً نضرب حدي العدد في "√ب"

فمثلاً: ٩/√٣ = ٩/√٣ × √٣/√٣ = ٩√٣/٣ = ٣√٣

-٣/√٥ = -٣/√٥ × √٥/√٥ = -٣√٥/٥

٢ اجعل المقام عدداً صحيحاً

① ٣/√٥ × √٥/√٥ = ______

② ٤/√٢ × ______ = ______ =

③ -٥/√٣ × ______ = ______

④ (√٢ - √٥)/√٥ × ______ = ______

⑤ ٩/(٢√٣) × ______ = ______

⊛ خاصية توزيع الضرب علي الجمع والطرح

لأى ثلاثة أعداد حقيقية أ ، ب ، جـ يكون .

أ×(ب±جـ) = (أ×ب)±(أ×جـ) = أب ± أجـ

٣ اختصر إلى أبسط صورة :

① ٢√٥(٣ + √٥) = ٢√٥ × ٣ + ٢√٥ × √٥

= ٢×٣×√٥ + ٢×٥ = ٦√٥ + ١٠

② √٢(√٢ - ٣) = --------

③ (√٣ + ٢)(٢√٣ - ٥)

= ٦ - ٥√٣ + ٤√٣ - ١٠ = -٤ - √٣

④ (√٣ - √٥)(√٣ + √٥)

= ....

⑮ (√٣ + √٥)² = ٣ + ٢√١٥ + ٥

= ٨ + ٢√١٥

⑯ (٣√٢ - ٥)² = ...

= ....

رابعا: عملية القسمة:

لكل أ ∈ ح ، ب ∈ ح يكون : أ ÷ ب = أ × ١/ب

أي أن :عملية القسمة ممكنة دائما في ح ولكن بشرط أن (ب ≠ ٠) وليس لها خواص عملية الضرب

(الواجب المنزلي)

١ إختصر لأبسط صورة

① $\sqrt{٢} + \sqrt{٢}$

② $٣\sqrt{٣} + \sqrt{٣} - ٥\sqrt{٣}$

③ $\sqrt{٣} + ٥\sqrt{٢} - \sqrt{٢} + ٢\sqrt{٣}$

④ $٤\sqrt{٥} + ٧\sqrt{٢} - ٦\sqrt{٢} - ٣\sqrt{٥}$

⑤ $٦ - ٤\sqrt{٣} - ٣\sqrt{٣} + ٣٠$

⑥ $٢\sqrt[٣]{٥} + ٣\sqrt{٢} + ٤\sqrt[٣]{٥} - ٦\sqrt{٢}$

⑦ $٢\sqrt{٢} + ٧\sqrt{٢} - ٦\sqrt{٢} - ٣\sqrt{٢}$

⑧ $٤\sqrt[٣]{٥} + ٧\sqrt{٥} - ٦\sqrt{٥} - ٣\sqrt[٣]{٥}$

⑨ $\sqrt{٥} \times \sqrt{٥}$

⑩ $\sqrt{٥} \times \sqrt{٢}$

⑪ $٤\sqrt{٣} \times \sqrt{٣}$

⑫ $٢\sqrt{٢} \times -٦\sqrt{٢}$

⑬ $-٣\sqrt{٥} \times -٥$

⑭ $٢\sqrt{٣}(\sqrt{٣} - ٢)$

⑮ $-٢\sqrt{٢}(٤\sqrt{٣} - ٣\sqrt{٢})$

⑯ $٢\sqrt{٥}(٢ + ٤\sqrt{٥})$

⑰ $(\sqrt{٣} - \sqrt{٥})(\sqrt{٢} - \sqrt{٥})$

⑱ $(\sqrt{٣} - ٥)(\sqrt{٣} - ٥)$

⑲ $(٣\sqrt{٢} - ١)(\sqrt{٢} + ٢)$

⑳ $(\sqrt{٣} - \sqrt{٥})(\sqrt{٣} + \sqrt{٥})$

㉑ $(\sqrt{٣} - ٢)^{٢}$

٢ اجعل المقام عدداً صحيحاً

① $\frac{٢}{\sqrt{٥}}$ ② $\frac{-٦}{\sqrt{٣}}$

③ $\frac{٢}{\sqrt{٢}}$ ④ $\frac{٣}{\sqrt{٦}}$

⑤ $\frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٣}}$ ⑥ $\frac{\sqrt{٢} - ٢}{٢\sqrt{٣}}$

٣ أكمل ما يأتي :

① المعكوس الجمعى للعدد $(\sqrt{٢} - \sqrt{٥})$ هو ....

② المعكوس الجمعى للعدد $(\sqrt{٢} + ٣)$ هو ....

③ $\frac{٣}{\sqrt{٦}} = \frac{\sqrt{٦}}{.......}$ ④ $\sqrt{٢} \times \sqrt{٢} =$ ....

⑤ $\frac{٨}{١٥\sqrt{٢}} \div \frac{٢}{٣\sqrt{٢}} =$ ....

⑥ $(\sqrt{٣})^{٢} =$ .... ⑦ $(\sqrt{٨})^{٢} - (٢\sqrt{٢})^{٢} =$ ....

٤ إذا كانت $أ = \sqrt{٣} + ٢$ ، $ب = \sqrt{٣} - ٢$

أوجد قيمة كل من

① أ + ب ② أ - ب ③ أ ب

٥ إذا كانت $س = \sqrt{١٥} + ٢$ ،

$ص = ٤ - \sqrt[٣]{٢٥}$ **قدر** قيمة كل من :

① س ، ص ② س × ص

(تقييم تراكمي)

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

① $٢\sqrt{٣} + ٣\sqrt{٣} =$ .....

($٥\sqrt{٦}$ ، $٥\sqrt{٣}$ ، $٦\sqrt{٣}$ ، $٥\sqrt[٣]{٣}$)

② $٥ + ٧\sqrt{٢} - ٤ + \sqrt{٢} =$ ...

(١٥ ، $١ + ٧\sqrt{٢}$ ، $١ + ٨\sqrt{٢}$ ، $١ + ٦\sqrt{٢}$)

③ $(٢\sqrt[٣]{٥})^{٣} =$ ..... (١٠ ، ٢٠ ، $٤\sqrt[٣]{٥}$ ، ٤٠)

④ $\frac{٦}{\sqrt{٣}} =$ ..... ($\sqrt{٢}$ ، ٢ ، $٢\sqrt{٣}$ ، $٦\sqrt{٣}$)

السؤال الثاني : أكمل ما ياتي :

① $٦ \times ٣\sqrt{٦} =$ .... ④ $]-٣ ، ٢] \cap ع^{-} =$ ....

② $(\sqrt{٣} - \sqrt{٢})^{٢} =$ ....

③ المعكوس الضربى للعدد $-\frac{\sqrt{٦}}{٢}$ هو........

السؤال الثالث : اكتب كلاً من الأعداد

$\frac{٦}{\sqrt{٢}}$ ، $\frac{-٥}{\sqrt{٣}}$ ، $\frac{١٥}{٢\sqrt{٥}}$ بحيث يكون المقام عدداً صحيحاً

السؤال الرابع : إذا كانت $أ = \sqrt{٣} + ٢$ ، $ب = \sqrt{٣} - ٢$

أوجد قيمة كل من : ① أ + ب ② أ ب

الدرس (7) العمليات علي الجذور التربيعية

إذا كان م ، ب عددين حقيقيين غير سالبين فان :

أولاً : $\sqrt{م} \times \sqrt{ب} = \sqrt{م ب}$

فمثلاً : $\sqrt{٥} \times \sqrt{٢} = \sqrt{٥ \times ٢} = \sqrt{١٠}$

$\sqrt{٢} \times \sqrt{٨} = \sqrt{\quad \times \quad} = $

ثانياً : $\sqrt{م \times ب} = \sqrt{م} \times \sqrt{ب}$ **فمثلاً :**

$\sqrt{٢٠} = \sqrt{٤ \times ٥} = \sqrt{٤} \times \sqrt{٥} = ٢\sqrt{٥}$

$\sqrt{٧٥} = \sqrt{٢٥ \times ٣} = \sqrt{\quad} \times \sqrt{\quad} = $

ثالثاً : $\sqrt{\frac{م}{ب}} = \frac{\sqrt{م}}{\sqrt{ب}}$ ، $\frac{\sqrt{م}}{\sqrt{ب}} = \sqrt{\frac{م}{ب}}$ حيث : ب ≠ ٠

فمثلاً : $\sqrt{\frac{٥}{٩}} = \frac{\sqrt{٥}}{\sqrt{٩}} = \frac{١}{٣}\sqrt{٥}$ ، $\sqrt{\frac{١٦}{٩}} = \frac{\sqrt{\quad}}{\sqrt{\quad}} = $

$\frac{\sqrt{١٨}}{\sqrt{٢}} = \sqrt{\frac{١٨}{٢}} = \sqrt{٩} = ٣$ ، $\frac{\sqrt{٨٤}}{\sqrt{٧}} = $

رابعاً : $\frac{\sqrt{م}}{\sqrt{ب}} = \frac{\sqrt{م}}{\sqrt{ب}} \times \frac{\sqrt{ب}}{\sqrt{ب}} = \frac{\sqrt{م ب}}{ب}$ حيث ب ≠ ٠

تستخدم هذه القاعدة لجعل المقام عدد صحيح

فمثلاً : $\frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٧}} = \frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٧}} \times \frac{\sqrt{٧}}{\sqrt{٧}} = \frac{\sqrt{٢١}}{٧}$

ملحوووظة $\sqrt{م} \times \sqrt{م} = (\sqrt{م})^{٢} = م$

$م\sqrt{ب} = \sqrt{م^{٢} ب}$ ، $\sqrt{م^{٢} \pm ب^{٢}} \neq م \pm ب$

١ ضع كلا مما يأتي في صورة $م\sqrt{ب}$

① $\sqrt{٤٥} = $ .... **نقوم بتحليل** العدد ٤٥ الى عددين احدهما له جذر تربيعي وليكن ٥ × ٩

$\therefore \sqrt{٤٥} = \sqrt{٥ \times ٩} = ٣\sqrt{٥}$

② $\sqrt{٤٨} = \sqrt{٣ \times ١٦} = \sqrt{٣} \times \sqrt{١٦} = \sqrt{\quad}$

③ $\sqrt{٢٤} = \sqrt{٦ \times \quad} = \sqrt{\quad} \times \sqrt{\quad} = \sqrt{\quad}$

④ $٥\sqrt{٥٤} = ٥ \times \sqrt{\quad \times \quad} = ٥ \times \sqrt{\quad} \times \sqrt{\quad} = ٥ \times$

⑤ $٢\sqrt{٢٠} = \sqrt{\quad \times \quad} = \sqrt{\quad} \times \sqrt{\quad} = \sqrt{\quad}$

⑥ $\frac{١}{٥}\sqrt{٥٠} = \sqrt{\quad \times \quad} = \sqrt{\quad} \times \sqrt{\quad} = \sqrt{\quad}$

⑦ $٤\sqrt{\frac{١}{٢}} = ٤ \times \frac{\sqrt{١}}{\sqrt{٢}} \times \frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}} = ٤ \times \frac{\sqrt{٢}}{٢} = ٢\sqrt{٢}$

⑧ $١٢\sqrt{\frac{١}{٣}} = $

٢ اختصر لأبسط صورة :

① $٢\sqrt{١٢} + ٣\sqrt{٣} - \sqrt{٧٥}$

$= ٢ \times ٢\sqrt{٣} + ٣\sqrt{٣} - ٥\sqrt{٣}$

$= ٤\sqrt{٣} + ٣\sqrt{٣} - ٥\sqrt{٣} = ٢\sqrt{٣}$

② $\sqrt{٣٢} - \sqrt{٧٢} + ٦\sqrt{\frac{١}{٢}}$

$= \sqrt{\quad \times ٢} - \sqrt{\quad \times ٢} + ٦ \times \frac{\sqrt{١}}{\sqrt{٢}}$

$= \sqrt{\quad} \times \sqrt{٢} - \sqrt{\quad} \times \sqrt{٢} + ٦ \times \frac{١}{\sqrt{٢}} \times \frac{\sqrt{\quad}}{\sqrt{\quad}}$

$= \quad - \quad + \quad = $

③ $٣\sqrt{٥٠} - ٢\sqrt{١٨} + ٣\sqrt{٨}$

$=$

$=$

④ $\sqrt{٣٢} - ٢\sqrt{\frac{١}{٢}} + \frac{٦}{\sqrt{٢}}$

$= ٤\sqrt{٢} - ١٢ \times \frac{\sqrt{٢}}{٢} + \frac{٦\sqrt{٢}}{٢}$

$= ٤\sqrt{٢} - ٦\sqrt{٢} + ٣\sqrt{٢} = \sqrt{٢}$

⑤ $٢\sqrt{٥} + ٦\sqrt{\frac{١}{٣}} - \sqrt{١٢} - ٥\sqrt{\frac{١}{٥}}$

(الواجب المنزلي)

١ ضع كلا مما يأتي فى صورة $م\sqrt{ب}$

① $\sqrt{٢٨}$ ④ $\sqrt{٧٥}$

② $\sqrt{٥٤}$ ⑤ $\frac{١}{٣}\sqrt{١٦٢}$

③ $\frac{١}{٢}\sqrt{٣٢}$ ⑥ $\frac{١}{٤}\sqrt{١٢٨}$

٢ اختصر لأبسط صورة:

(١) $٢\sqrt{٥}+٤\sqrt{٢٠}-٥$

(٢) $\sqrt{٣٢}+\sqrt{١٨}+\sqrt{٥٠}-\sqrt{٩٨}$

(٣) $\sqrt{٩٨}+\sqrt{٣٢}-\frac{١}{٢}\sqrt{٢٠٠}$

(٤) $٢\sqrt{٢٧}-\sqrt{٤٨}+\frac{٢}{\sqrt{٣}}$

(٥) $\frac{٩}{\sqrt{٣}}-\sqrt{١٢}-\frac{١}{٥}\sqrt{٧٥}$

(٦) $٢\sqrt{١٨}-٥\sqrt{٢}+\frac{١}{٣}\sqrt{١٦٢}$

٣ أكمل ما يأتي:

① $\sqrt{٥٠}-\sqrt{١٨}-\sqrt{٢}=$ ....

② $(\sqrt{٧}-\sqrt{٥})(\sqrt{٧}+\sqrt{٥})=$ ....

③ $(\sqrt{٨}+\sqrt{٢})^{٢}=$ ....

④ المعكوس الضربى للعدد $\frac{\sqrt{٣}}{٦}$ هو ....

⑤ العدد التالى فى النمط: $\sqrt{٣}$ ، $\sqrt{١٢}$ ، $\sqrt{٢٧}$ هو ....

٤ أوجد قيمة كل من: س + ص ، س × ص

① س $=٣+\sqrt{٥}$ ، ص $=١-\sqrt{٥}$

② س $=\sqrt{٣}-\sqrt{٢}$ ، ص $=\sqrt{٣}+\sqrt{٢}$

③ س $=٥-٣\sqrt{٢}$ ، ص $=٥+٣\sqrt{٢}$

الدرس (8) العددان المترافقان

إذا كان م ، ب عددين نسبيين موجبين فإن كلاً من العددين ($\sqrt{م}+\sqrt{ب}$) ، ($\sqrt{م}-\sqrt{ب}$) **هو** مرافق للعدد الآخر

مجموعهما = (ضعف الحد ذو الإشارة الثابتة)

$$\sqrt{م}+\sqrt{ب}+\sqrt{م}-\sqrt{ب}=٢\sqrt{م}$$

طرحهما = (ضعف الحد ذو الإشاة المتغيرة)

$$\sqrt{م}+\sqrt{ب}-\sqrt{م}+\sqrt{ب}=٢\sqrt{ب}$$

حاصل ضربهما = مربع الحد الأول − مربع الحد الثانى

$$(\sqrt{م}+\sqrt{ب})(\sqrt{م}-\sqrt{ب})=م-ب$$

حاصل ضرب العددين المترافقين هو دائماً عدد نسبى

١ أكمل ما يأتي:

① $\sqrt{٧}-\sqrt{٢}$ مرافقه $\sqrt{٧}+\sqrt{٢}$ وحاصل ضربهما = ...٥.....

② $\sqrt{٥}+\sqrt{٢}$ مرافقه .... وحاصل ضربهما = ...

③ $٥\sqrt{٦}-٢$ مرافقه .... وحاصل جمعهما = ...

④ $٢\sqrt{٣}+\sqrt{٢}$ مرافقه .... وحاصل طرحهما = ...

ملاحظة هامة:

إذا كان لدينا عدد حقيقى مقامه على الصورة ($\sqrt{م}\pm\sqrt{ب}$) فيجب وضعه فى أبسط صورة ، وذلك بضرب فى مرافق المقام

٢ اجعل المقام عدداً صحيحاً

① $\frac{٥}{\sqrt{٧}-\sqrt{٢}}\times\frac{\sqrt{٧}+\sqrt{٢}}{\sqrt{٧}+\sqrt{٢}}=\frac{٥(\sqrt{٧}+\sqrt{٢})}{٧-٢}=\frac{٥(\sqrt{٧}+\sqrt{٢})}{٥}=\sqrt{٧}+\sqrt{٢}$

② $\frac{٢}{\sqrt{٥}+١}\times\frac{\sqrt{٥}-١}{\sqrt{٥}-١}=\frac{٢(\quad)}{____}=\frac{____}{____}=\frac{____}{____}$

③ $\frac{٢\sqrt{٥}+\sqrt{٣}}{\sqrt{٥}-\sqrt{٣}}\times$

قوانين مهمة جدا جدا

$(\text{س} - \text{ص})(\text{س} + \text{ص}) = \text{س}^{٢} - \text{ص}^{٢}$

$(\text{س} + \text{ص})^{٢} = \text{س}^{٢} + ٢\,\text{س}\,\text{ص} + \text{ص}^{٢}$

$(\text{س} - \text{ص})^{٢} = \text{س}^{٢} - ٢\,\text{س}\,\text{ص} + \text{ص}^{٢}$

٣ إذا كانت: $\text{س} = ٣\sqrt{٢} - ١$ ، $\text{ص} = ٣\sqrt{٢} + ١$

أوجد قيمة:

① $\text{س} - \text{ص} = ٣\sqrt{٢} - ١ - ٣\sqrt{٢} - ١ = -٢$

② $\text{س}^{٢} + ٢\,\text{س}\,\text{ص} + \text{ص}^{٢} = (\text{س} + \text{ص})^{٢}$

$= (٣\sqrt{٢} - ١ + ٣\sqrt{٢} + ١)^{٢}$

$= (\quad)^{٢} = \quad \times \quad =$

③ $\text{س}^{٢} - ٢\,\text{س}\,\text{ص} + \text{ص}^{٢} =$

٤ إذا كانت $\text{س} = \frac{٤}{\sqrt{٧} - \sqrt{٣}}$ ، $\text{ص} = \sqrt{٧} - \sqrt{٣}$

اثبت أن س ، ص مترافقان

$\text{س} = \frac{٤}{\sqrt{٧} - \sqrt{٣}} \times \frac{\sqrt{٧} + \sqrt{٣}}{\sqrt{٧} + \sqrt{٣}}$

$\text{س} = \frac{٤(\sqrt{٧} + \sqrt{٣})}{٧ - ٣} = \frac{٤(\sqrt{٧} + \sqrt{٣})}{٤}$

$\text{س} = \sqrt{٧} + \sqrt{٣}$ ∴ س ، ص مترافقان

٥ إذا كانت $\text{س} = \frac{٣}{\sqrt{٥} + \sqrt{٢}}$ ، $\text{ص} = \sqrt{٥} + \sqrt{٢}$

أثبت أن س ، ص عددان مترافقان، ثم أوجد قيمة

$\text{س} =$

① $\text{س}^{٢} - ٢\text{س}\,\text{ص} + \text{ص}^{٢}$

② $(\text{س} - \text{ص})^{٢}$

(الواجب المنزلي)

١ أكمل ما يأتي:

العدد	المرافق	مجموعهما	حاصل ضربهما
$\sqrt{٧} - \sqrt{٢}$	$\sqrt{٧} + \sqrt{٢}$	....	....
$\sqrt{٥} - \sqrt{٢}$	....	....	....
....	$٥\sqrt{٦} - ٢$	....	....
$-٢ + \sqrt{٧}$	....	....	....

٢ إجعل مقام الكسر عددا صحيحا:

(١) $\frac{٥}{\sqrt{٧} - \sqrt{٢}}$ (٢) $\frac{٣}{\sqrt{٥} + \sqrt{٢}}$

(٣) $\frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٧} - \sqrt{٢}}$ (٤) $\frac{٢\sqrt{٥} + \sqrt{٣}}{\sqrt{٥} - \sqrt{٣}}$

٣ إذا كانت $\text{س} = \sqrt{٣} + \sqrt{٢}$ ، $\text{ص} = \frac{١}{\sqrt{٣} + \sqrt{٢}}$

أثبت أن س ، ص مترافقان

ثم **أوجد** قيمة: ① $\text{س} - \text{ص}$

② $\text{س}^{٢} + ٢\,\text{س}\,\text{ص} + \text{ص}^{٢}$

٤ إذا كانت $\text{س} = \sqrt{٢} + ١$ ، $\text{ص} = \frac{١}{\text{س}}$

أوجد قيمة ① $\text{س} - \text{ص}$

② $\text{س}^{٢} - ٢\text{س}\,\text{ص} + \text{ص}^{٢}$

٥ إذا كانت $\text{س} = \sqrt{٥} + \sqrt{٢}$ ، $\text{ص} = \sqrt{٥} - \sqrt{٢}$

أوجد في أبسط صورة قيمة المقدار: $\frac{\text{س} + \text{ص}}{\text{س}\,\text{ص} - ١}$

٦ أكمل ما يأتي:

(أ) $\sqrt{٥٠} - \sqrt{١٨} - \sqrt{٢} =$ .....

(ب) $(\sqrt{٧} - \sqrt{٥})(\sqrt{٧} + \sqrt{٥}) =$ .....

(ج) $(\sqrt{٨} + \sqrt{٢})^{٢} =$ ...

(د) المعكوس الضربي للعدد $\frac{\sqrt{٣}}{٦}$ ....

(هـ) المعكوس الضربي للعدد $(\sqrt{٧} + \sqrt{٥})$ هو ....

الدرس (9) العمليات علي الجذور التكعيبية

إذا كان أ ، ب عددين حقيقيين فإن :

أولاً : ∛أ × ∛ب = ∛أب **فمثلاً :**

∛٥ × ∛٢ = ∛(٥ × ٢) = ∛١٠

∛٢ × ∛٤ = ∛(×   ) = ∛   =

ثانياً : ∛(أ×ب) = ∛أ × ∛ب **فمثلاً :**

∛٤٠ = ∛(٨ × ٥) = ∛٨ × ∛٥ = ٢∛٥

∛٢٨ = ∛(×   ) = ∛   × ∛

ثالثاً : ∛أ / ∛ب = ∛(أ/ب) ، ∛(أ/ب) = ∛أ / ∛ب

حيث ب ≠ ٠ ، أ ∈ ح ، ب ∈ ح

فمثلاً : ∛١٢ / ∛٣ = ∛(١٢/٣) = ∛٤ ، ∛(٣/٢) = ∛٣ / ∛٢

رابعاً : أ∛ب = ∛(أ³ب) **فمثلاً :** ٢∛٥ = ∛(٨ × ٥)

∛أ × ∛أ × ∛أ = (∛أ)³ = أ

1 ضع كلا مما يأتي في صورة أ∛ب

① ∛١٦ = **نقوم بتحليل** العدد ١٦ الى عددين احدهما له جذر تكعيبى وليكن ٢ × ٨

∴ ∛١٦ = ∛(٢ × ٨) = ٢∛٢

② ∛٨١ = ∛(× ٣) = ∛

③ ∛٣٢ = ∛(٨ ×   ) = ∛

④ ∛٥٠٠ = ∛(×   ) = ∛

⑤ ∛-٥٤ = - ∛(×   ) = ∛

⑥ ٥∛٤٠ = ٥ ∛(×   ) = ∛

⑦ ∛(١/٤) = ∛(١/٤ × ٢/٢) = ∛٢ / ٢

⑧ ٦∛(١/٢) = ٦ × ∛(١/٢ × ٤/٤) = ٦ × ∛٤ / ٢ = ٣∛٤

⑨ ٣∛(١/٩) = ٣ ×

2 إختصر لأبسط صورة

① ∛٥٤ + ∛٢ - ∛١٦

= ٣∛٢ + ∛٢ - ٢∛٢

= ٢∛٢

② ٢∛٥٤ + ٣∛١٦ - ∛٢٥٠

= ٢ × ....∛٢ + ٣ × ....∛٢ - ....∛٢

= ..∛٢ + ... ∛٢ - ....∛٢ = ...

③ ٥∛٣ - ٤∛٢٤ + ∛٨١

④ ∛٥٤ + ٨∛(-١/٤) + ٥∛١٦

= ∛(٢٧ × ٢) + ٨∛(-١/٤ × ٢/٢) + ٥∛(٨ × ٢)

= ∛٢٧ × ∛٢ + ٨ × ∛-٢ / ∛٨ + ٥ × ∛٨ × ∛٢

= ٣∛٢ + (٨ × -∛٢) / ٢ + ٥ × ٢ × ∛٢

= ٣∛٢ - ٤∛٢ + ١٠∛٢ = ٩∛٢

⑤ ∛٣٢ + ٢∛(١/٢) - ∛(-٢)²

⑥ ٣∛٢ - ٥∛-١٦ + ٨∛(١/٢)

(الواجب المنزلي)

١ ضع كلاً مما يأتى على صورة أ $\sqrt[٣]{ب}$

① $\sqrt[٣]{٥٤}$ ④ $\sqrt[٣]{١٠٠٠}$

② $\sqrt[٣]{٢١٦٠}$ ⑤ $\sqrt[٣]{١٧١٥}$

③ $\sqrt[٣]{١٢٨}$ ⑥ $\sqrt[٣]{٦٨٦}$

٢ إختصر لأبسط صورة

① $\sqrt[٣]{١٢٥} - \sqrt[٣]{٢٤}$

② $\sqrt[٣]{\frac{٣}{٤}} \div \sqrt[٣]{\frac{٢}{٩}}$

③ $\sqrt[٣]{\frac{٢}{٥}} \times \sqrt[٣]{\frac{٤}{٢٥}}$

④ $\sqrt[٣]{٢٥٠} - \sqrt[٣]{١٢٨}$

⑤ $\frac{١}{٢}\sqrt[٣]{٥٦} - \sqrt[٣]{\frac{٧}{٢٧}}$

⑥ $\frac{١}{٢}\sqrt[٣]{١٠} \times ٦\sqrt[٣]{١٠٠}$

⑦ $\sqrt{٢٤} + ٨\sqrt[٣]{\frac{١}{٤}} - \sqrt{٥٤}$

⑧ $\sqrt[٣]{٨١} - \sqrt[٣]{٢٤}$

⑨ $\sqrt[٣]{١٦} - ٣\sqrt[٣]{٥٤} + \sqrt[٣]{-٢}$

⑩ $٢\sqrt[٣]{٣} + \sqrt[٣]{-٥٤} + ٨\sqrt[٣]{\frac{١}{٤}}$

⑪ $\sqrt[٣]{٨١} + \sqrt[٣]{-٢٤} - ٣\sqrt[٣]{\frac{١}{٩}}$

⑫ $٢\sqrt[٣]{٣٢} + ٨\sqrt[٣]{\frac{١}{٢}} - ٣\sqrt[٣]{٤}$

⑬ $\sqrt[٣]{٢٤} - \sqrt[٣]{١٩٢} - \sqrt[٣]{-٣٧٥}$

⑭ $\sqrt[٣]{٥٤} - \sqrt{٢٨} + \sqrt{٦٣} + \sqrt[٣]{-١٦}$

⑮ $\sqrt[٣]{٢٧} - \sqrt{٥٤} + \sqrt{٢٤} + \sqrt[٣]{٨}$

٣ إذا كانت أ $= \sqrt{٥} + ١$ ، ب $= \sqrt{٥} - ١$

احسب قيمَة كلٍّ من:

① $(\text{أ} - \text{ب})^{٥}$ ② $(\text{أ} + \text{ب})^{٣}$

٤ اثبت أن

① $\sqrt[٣]{١٢٨} + \sqrt[٣]{١٦} - ٢\sqrt[٣]{٥٤} =$ صفر

② $\sqrt[٣]{٥٤} \times \sqrt[٣]{١٦} \div (\sqrt[٣]{٤} \times ٦) = ١$

٥ أكمل ما يأتي:

(١) $\sqrt{\frac{٢}{٥}} \times \sqrt{\frac{٤}{٢٥}} =$ ....

(٢) $\sqrt{\frac{٣}{٤}} \div \sqrt{\frac{٢}{٩}} =$ ....

(٣) $\sqrt{٣} \times \sqrt{٩} = \sqrt{\text{........}}$

(تقييم تراكمي)

السؤال الأول : أختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

① $\sqrt{٥} + \sqrt{٥} =$ .....

($\sqrt{١٠}$ ، ٥ ، $٢\sqrt{٥}$ ، $٥\sqrt{٥}$)

② $]-\infty ، م[\cap [-٢ ، ٥] = [-٢ ، ٣]$ فإن : م = ...

(-٢ ، ٥ ، ٣ ، ∞)

③ $\sqrt{٥٤} - \sqrt{٢} =$ ....

($٣\sqrt{٢}$ ، $٢\sqrt{٢}$ ، ٣ ، ٢)

السؤال الثاني : أكمل ما ياتي :

① $\sqrt{٢٨} =$ . . . .

② العدد $\sqrt{٥} + \sqrt{٣}$ مرافقه هو. . . .

③ المعكوس الجمعي للعدد $\sqrt{٢} - ١$ هو . . . .

④ العدد $\frac{٢}{\sqrt{٢} - ١}$ مرافقه هو . . . .

⑤ مجموع العدد ($\sqrt{٦} + \sqrt{٥}$) ومرافقه = . . .

⑥ حاصل ضرب العدد ($\sqrt{٣} - ٢$) ومرافقه = . .

⑦ المعكوس الضربى للعدد ($\sqrt{٣} - \sqrt{٢}$) هو . . .

⑧ المعكوس الضربى للعدد $\frac{\sqrt{٢}}{٦}$ هو . . . .

⑨ $\frac{١}{٣}\sqrt{٧٢} =$ . . . . ⑩ $٨\sqrt[٣]{\frac{١}{٤}} =$ . . . .

الدرس (10) تطبيقات حياتية علي الأعداد الحقيقية

أولا : المكعب

إذا كان طول حرف المكعب = ل

مساحة كل وجه = $ل^٢$ وحدة مربعة

مساحته الجانبية = مساحة الوجه × ٤ = ٤ $ل^٢$

مساحته الكلية = مساحة الوجه × ٦ = ٦ $ل^٢$

حجم المكعب = $ل^٣$ وحدة مكعبة

١ مكعب حجمه ٥١٢ $سم^٣$ أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية

حجم المكعب = ٥١٢ = $ل^٣$

$ل^٣$ = ٥١٢ ⟵ $\sqrt[3]{}$ ل = ٨ سم

المساحة الجانبية = ٤ $ل^٢$

= ٤ × $(٨)^٢$ = ٤ × ٦٤ = ٢١٦ $سم^٢$

المساحة الكلية = ٦ $ل^٢$

٦ × $(٨)^٢$ = ٦ × ٦٤ = ٣٨٤ $سم^٢$

٢ مكعب حجمه ١٢٥ $سم^٣$ أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية

حجم المكعب = $ل^٣$ =

$ل^٣$ = ⟵ $\sqrt[3]{}$ ل = سم

المساحة الجانبية =

= = =

المساحة الكلية =

= = =

٣ مكعب مساحته الجانبية = ١٠٠ $سم^٢$ أوجد مساحته الكلية وحجمه

مساحة الوجه الواحد = ١٠٠ ÷ ٤ = ٢٥ $سم^٢$

$ل^٢$ = ٢٥ ⟵ $\sqrt{}$ ل = سم

المساحة الكلية =

= = =

حجم المكعب =

= =

٤ مكعب مجموع أطوال أحرفه ١٢ $\sqrt{٢}$ سم احسب حجمه ؟

طول حرف المكعب = $\frac{}{١٢}$ = سم

حجم المكعب = = = $سم^٣$

ثانيا :متوازي المستطيلات

مساحته الجانبية = محيط القاعدة × الارتفاع

= ٢ × (س + ص) × ع

مساحته الكلية =

المساحة الجانبية + ٢ × مساحة القاعدة

= ٢ × (س ص + ص ع + س ع)

حجمه = مساحة القاعدة × الارتفاع

= الطول × العرض × الإرتفاع

= س × ص × ع

١ متوازي مستطيلات ٤ سم ، ٥ سم ، ٧ سم أوجد ① مساحته الكلية ② مساحته الجانبية ③ حجمه

المساحه الجانبية = محيط القاعدة × الارتفاع

= ٢ (+) × ٧ = ٢ × × = $سم^٢$

المساحه الكلية =

= +

= + ٢ × × = + = $سم^٢$

الحجم = س × ص × ع

= ٤ × ٥ × ٧ = ١٤٠ $سم^٣$

٢ متوازى المستطيلات أبعاده ٤ ، ٥ ، ٦ سم أوجد ① مساحته الكلية ② حجمه

٣ أوجد حجم متوازى مستطيلات أبعاده $\sqrt{٢}$ سم ، $\sqrt{٣}$ سم ، $\sqrt{٦}$ سم

٤ متوازى مستطيلات أرتفاعه ٤ سم و قاعدته مربعة الشكل طول ضلعها ٥ سم أوجد ① مساحته الكلية ② مساحته الجانبية ③ حجمه

ثالثا : الدائرة

$(\pi = \frac{22}{7}$ أو $3,14)$

محيط الدائرة = ٢ π نق وحدة طول

مساحة الدائرة = π نق^2 وحدة مربعة

١ دائرة طول نصف قطرها ١٠ سم أوجد مساحتها ؟

$(\pi = 3,14)$

مساحة الدائرة = π نق^2

= ٣,١٤ × ١٠٠ = ٣١٤ سم^2

٢ دائرة طول نصف قطرها $\sqrt{5}$ سم أوجد مساحتها ؟

$(\pi = 3,14)$

مساحة الدائرة =

= × = سم^2

٣ دائرة مساحتها ١٥٤ سم^2 أوجد محيطها ؟

$(\pi = \frac{22}{7})$

مساحة الدائرة = ١٥٤

π نق^2 = ١٥٤ ⇐ $\frac{22}{7}$ نق^2 = ١٥٤

نق^2 = ١٥٤ × $\frac{7}{22}$ = ٤٩ ⇐ نق = ٧ سم

محيط الدائرة =

= = سم

٤ **أوجد** محيط دائرة مساحتها ٣٨,٥ سم^2

$(\pi = \frac{22}{7})$

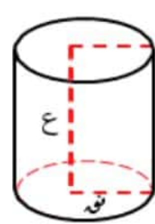
٥ دائرة مساحة سطحها ١٦ π سم^2 أوجد طول نصف قطرها ؟

٦ دائرة محيطها ٨٨ سم أوجد مساحتها ؟

$(\pi = \frac{22}{7})$

رابعا : الأسطوانة الدائرية القائمة

هى مجسم له قاعدتان متوازيتان ومتطابقتان كل منها عبارة عن سطح دائرة ، أما السطح الجانبى فهو سطح منحنى يسمى الأسطوانة



المساحة الجانبية = محيط القاعدة × الارتفاع

= ٢ π نق ع

المساحة الكلية = ٢ π نق ع + ٢ π نق^2

= ٢ π نق (ع + نق)

= المساحة الجانبية + ٢ × مساحة القاعدة

الحجم = π نق^2 ع = مساحة القاعدة × الارتفاع

١ اسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها ١٠ سم وطول نصف قطر قاعدتها ١٤ سم أوجد : مساحتها الجانبية و حجمها

$(\pi = \frac{22}{7})$

المساحه الجانبية = ٢ π نق ع

= ٢ × $\frac{22}{7}$ × ١٤ × ١٠ = ٨٨٠ سم^2

الحجم = π نق^2 ع

= $\frac{22}{7}$ × (١٤)^2 × ١٠ = ٦١٦٠ سم^3

٢ أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطرها ٣ سم و إرتفاعها ٧ سم أوجد حجمها ومساحتها الجانبية والكلية

$(\pi = \frac{22}{7})$

٣ اسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها ١٠ سم وحجمها ١٥٤٠ سم^3 أوجد مساحتها الكلية ؟

$(\pi = \frac{22}{7})$

الحجم = ١٥٤٠

π نق^2 ع = ١٥٤٠

$\frac{22}{7}$ نق^2 × ١٠ = ١٥٤٠

$\frac{220}{7}$ نق^2 = ١٥٤٠ × $\frac{7}{220}$

نق^2 = ٤٩

نق = ٧ سم

المساحة الكلية = ٢ π نق ع + ٢ π نق^2

= ٢ × $\frac{22}{7}$ × ٧ × ١٠ + ٢ × $\frac{22}{7}$ × (٧)^2

= ٤٤٠ + ٣٠٨ = ٧٤٨ سم^2

٤ اسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها ١٢ سم وحجمها ١٢٠٠ π سم^3 أوجد طول نصف قطرها ؟

خامسا : الكرة

مساحة الكرة = ٤π نق^٢

حجم الكرة = $\frac{٤}{٣} \pi$ نق^٣

١ كرة طول نصف قطرها ٧ سم . أوجد حجمها ومساحة سطحها $(\pi = \frac{٢٢}{٧})$

حجم الكرة = $\frac{٤}{٣} \pi$ نق^٣ $= \frac{٤}{٣} \times \frac{٢٢}{٧} \times (٧)^٣$ $= \frac{٤٣١٢}{٣}$ سم^٣

مساحة الكرة = ٤π نق^٢ $= ٤ \times \frac{٢٢}{٧} \times ٤٩$ = ٦١٦ سم^٢

٢ كرة طول نصف قطرها ٣ سم أوجد حجمها ومساحة سطحها $(\pi = \frac{٢٢}{٧})$

حجم الكرة =

مساحة الكرة =

٣ كرة حجمها ٢٨٨π سم^٣ أوجد طول نصف قطرها ومساحتها بدلالة π

حجم الكرة = ٢٨٨π

$\frac{٤}{٣} \pi$ نق^٣ $= ٢٨٨ \pi \times \frac{٣}{٤}$

نق^٣ = ٢١٦ ← $\sqrt[٣]{}$ ← نق = ٦ سم

مساحة الكرة =

٤ كرة حجمها ٣٦π سم^٣ وضعت داخل مكعب مست أوجه المكعب الستة أوجد: $(\pi = \frac{٢٢}{٧})$

(أ) طول نصف قطر الكرة (ب) حجم المكعب

٥ كرة من المعدن طول قطرها ٦سم صهرت وحولت إلي أسطوانة دائرية طول نصف قطر قاعدتها ٣ سم أوجد ارتفاع الأسطوانه ؟ $(\pi = \frac{٢٢}{٧})$

(الواجب المنزلي)

١ أجب عما يأتى : $(\pi = \frac{٢٢}{٧})$

① مكعب طول حرفه ٧ سم أوجد ساحته الكلية وحجمه

② مكعب مساحته الكلية ١٥٠ سم^٢ أوجد مساحته الجانبية وحجمه

③ مكعب حجمه ١٢٥ سم^٣ أوجد مساحته الجانبية

④ متوازي مستطيلات ٤ سم ، ٣ سم ، ٥ سم أوجد

① مساحته الجانبية ② مساحته الكلية ③ حجمه

⑤ متوازي مستطيلات قاعدته مربعة الشكل طول ضلعها $٥\sqrt{٣}$ سم وارتفاعه $٢\sqrt{٣}$ سم أوجد مساحته الكلية وحجمه ؟

⑥ مكعب حجمه ١٦ سم^٣ أوجد مساحته الجانبية

⑦ دائرة طول نصف قطرها ٥ سم أوجد محيطها ومساحتها

⑧ دائرة مساحتها ٦١٦ سم^٢ أوجد محيطها

⑨ دائرة محيطها ٤٤ سم^٢ أوجد مساحتها

⑩ اسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها ١٠ سم و طول نصف قطر قاعدتها ٧ سم أوجد مساحتها الجانبية

⑪ اسطوانة دائرية حجمها ٩٠π سم^٣ وارتفاعها ١٠ سم أوجد مساحتها الكلية

⑫ كرة طول نصف قطرها ٣ سم أوجد حجمها ومساحة سطحها

⑬ كرة حجمها $\frac{٥٠٠}{٣} \pi$ سم^٣ أوجد مساحتها

⑭ كرة حجمها ٥٦٢٥ سم^٣ أوجد مساحتها

٢ أكمل ما يأتي:

(أ) المساحة الجانبية للأسطوانة الدائرية القائمة التى طول قطر قاعدتها ل وارتفاعها ع = ...

(ب) حجم كرة طول قطرها ٦سم = ... سم^٣

(ج) مكعب حجمه ٢ سم^٣ فإن طول حرفه = ... سم

(ج) مكعب طول حرفه $\sqrt{٢}$ سم فإن مساحته الكلية = ... سم^٢

(ى) طول نصف قطر قاعدة أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٤٠π سم^٣ وارتفاعها ١٠سم يساوى ..... سم

(ى) المساحة الجانبية لمتوازى المستطيلات = ...

(هـ) متوازى المستطيلات الذى أبعاده $\sqrt{٢}$ ، $\sqrt{٣}$ ، $\sqrt{٦}$ من السنتيمترات يكون حجمه = ... سم^٣

الدرس (11) حل المعادلات والمتباينات من الدرجة الأولي في متغير واحد في ح

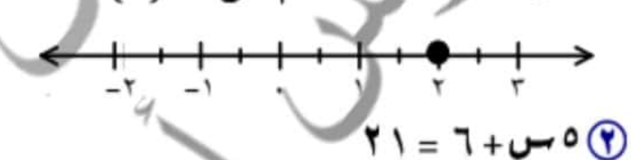
أولا: حل المعادلات :

١ أوجد في ح مجموعة حل المعادلات الآتية ومثل الحل علي خط الأعداد

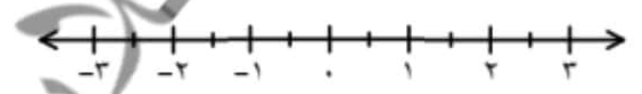
① ٣س − ٢ = ٤ ∴ ٣س = ٤ + ٢

∴ ٣س = ٦ ∴ $\frac{٣س}{٣} = \frac{٦}{٣}$

∴ س = ٢ ∴ م . ح = {٢}



② ٥س + ٦ = ٢١



③ $\sqrt{٣}$س − ١ = ٢ ∴ $\sqrt{٣}$س = ٣

∴ س = $\frac{٣}{\sqrt{٣}} \times \frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٣}}$ ∴ س = $\sqrt{٣}$ ∈ ح

∴ م . ح = { $\sqrt{٣}$ }

④ س + $\sqrt{٢}$ = ١

⑤ $\sqrt{٢٨}$ س − ٣ = ١١

ثانيا : حل المتباينات :

خواص علاقة التباين

أ ، ب ، جـ أعداد حقيقية وكان أ > ب فإن

أ + جـ > ب + جـ   أ − جـ > ب − جـ

أ جـ > جـ ب حيث (جـ > صفر)

أ جـ < جـ ب حيث (جـ < صفر)

لاحظ أن : عند ضرب أو قسمة طرفى المتباينة فى او علي عدد سالب يتغير اتجاه علامة التباين

٢ أوجد فى ح مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتيه ومثلها على خط الأعداد

① س − ١ ⩽ ٥ ∴ س ⩽ ٥ + ١

س ⩽ ٦ ∴ م.ح =]−∞ ، ٦]

② ٢س + ٣ > ٧

③ −٣ ⩽ ٢س − ١ < ٥

بإضافة ١ إلى حدود المتباينة

−٣ + ١ ⩽ ٢س − ١ + ١ < ٥ + ١

∴ −٢ ⩽ ٢س < ٦ بالقسمة على ٢

∴ −١ ⩽ س < ٣

∴ م . ح = [−١ ، ٣[.

④ −٥ < ٢س − ٣ < ١

⑤ ٥ > ٣ - ٢س ≥ ٩ (بإضافة - ٣)

٥ - ٣ > -٢س ≥ ٩ - ٣

٢/-٢ > -٢س/-٢ ≥ ٦/-٢ (÷ -٢)

نعكس إتجاه علامة التباين لأننا قسمنا علي عدد سالب

-١ < س ≤ -٣ م.ح = [-٣ ، -١ [

⑥ ٣ > ٣ - ٥س > ١٣

⑦ ٣س + ٥ ≥ ٥س - ١ > ٣س + ٩

بإضافة - ٣س

٥ > ٢س - ١ > ٩

٦/٢ > ٢س/٢ > ١٠/٢ (÷ ٢)

٣ > س > ٥ م.ح =] ٣ ، ٥ [

⑧ س + ٣ ≥ ٥س - ١ > س + ١١

⑨ √-٨ ≥ س + ١ ≥ |-٣|

(الواجب المنزلي)

١ أكمل لتحصل على عبارة صحيحة :

(أ) إذا كان : ٥س > ١٥ فإن س > ....

(ب) إذا كان : س - ٣ ≥ ٤ فإن س ≥ ......

(ج) إذا كان : -٢س ≥ ٣ فإن س ≥ ....

(ى) إذا كان : ١ - س > ٤ فإن س ....

(هـ) إذا كان : √٢ س ≥ ٤ فإن س ....

(١) إذا كان : ٢س = ٨ فإن : س = ...

(٢) إذا كان : ٣س = ٩ فإن : ٤/٣ س = ...

(٣) إذا كان : √٣ س = ٦ فإن : س = ...

(٤) إذا كانت : -١ ≥ -س > ٤ فإن :

س ∈ للفترة ....

٢ أوجد فى ح مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتيه ومثلها على خط الأعداد

① ٢س - ٣ = ٥

② ٣س - ٢ = ٧

③ √٢ س + ١ = √٣

④ √٥ س - ١ = ٤

٣ أوجد فى ح مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتيه ومثلها على خط الأعداد

① س + ٣ ≤ ٧

② ٢س - ٥ ≥ ٥

③ ٧ - ٥س ≥ ٢

④ ٥س + ٢ ≥ ٧س - ٦

⑤ ٥ > ٣س - ١ ≥ ١١

⑥ ١ > ٢ - س ≥ ٩

⑦ س + ٣ ≥ ٥س - ١ > س + ١١

⑧ س + ٣ ≥ ٣س - ١ ≥ س + ١١

⑨ ٥ - ٣س > ٣ - ٢س > ٩ - ٣س

⑩ ٧س < ٢س - ٦

(إختبار علي الوحدة الأولي)

السؤال الأول : أكمل ما يأتي :

① حجم الكرة التي طول نصف قطرها ٣سم = ... π سم³

② إناء على شكل مكعب سعته ٨ لترات يكون طول حرفه الداخلي = ... سم

③ أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها = نو سم ، حجمها = π نو³ سم³ يكون ارتفاعها = ... سم .

④ مجموعة الحل في المعادلة س² + ٩ = ٠ هي ....

⑤ ح + ∩ ح − = ...

⑥ ح − ن = ...

⑦ إذا كانت : −١ ⩽ −س < ٤ فإن : س ∈ للفترة ....

⑧ [−١ ، ٣] −]−١ ، ٣[= ....

⑨ $\sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{2}$ = ...

⑩ إذا كان : $\sqrt[3]{3}$س = ٦ فإن : س = ...

⑪ إذا كانت س³ = ٦٤ فإن : $\sqrt{}$س = ...

⑫ كل عدد نسبي هو عدد ....

السؤال الثاني : اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

① أسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها ٥سم ومساحة قاعدتها ٣ π سم² فإن حجمها = ... سم³

(أ) ١٥ π (ب) ٢ π (جـ) ٨ π (د) ٤٥ π

② إذا كانت مساحة كرة = ٩ π سم² فإن طول قطرها = ... سم

(أ) ٩ (ب) ٣ (جـ) ١,٥ (د) ٦

③ صندوق طوله ٥سم وعرضه ٣سم وارتفاعه ٢سم فإن مساحته الجانبية = ... سم²

(أ) ٣٢ (ب) ٣٠ (جـ) ٦٠ (د) ٦٢

④ دائرة محيطها ٣٦ π سم فإن طول نصف قطرها = ... سم (أ) ٣٦ (ب) ١٨ (جـ) ٩ (د) ٦

⑤ $\sqrt{16} - \sqrt{2}$ = ... (أ) ٣ $\sqrt{2}$ (ب) $\sqrt{2}$ (جـ) ٣ (د) ٢

⑥ $\sqrt{5} + \sqrt{5}$ = ... (أ) $\sqrt{10}$ (ب) $\sqrt{20}$ (جـ) $\sqrt{40}$ (د) $\sqrt{25}$

السؤال الثالث :

(أ) اختصر : $\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{128}$

(ب) أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة س + $\sqrt{2}$ = ١ ومثل الحل على خط الأعداد

السؤال الرابع :

(أ) إذا كانت أ = $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ ، ب = $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ فأثبت أن : أ ، ب مترافقان

(ب) اكتب كلاً من الأعداد $\frac{6}{\sqrt{2}}$ ، $\frac{-5}{\sqrt{3}}$ ، $\frac{15}{2\sqrt{5}}$ بحيث يكون المقام عدداً صحيحاً

السؤال الخامس :

(أ) إذا كانت س = $\sqrt{5} + \sqrt{2}$ ، ص = $\sqrt{5} - \sqrt{2}$ أوجد في أبسط صورة قيمة المقدار : $\frac{س + ص}{س ص - 1}$

(ب) كرة من المعدن طول نصف قطرها ٦ سم صهرت وحولت إلى اسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها ٦ سم . احسب ارتفاع الاسطوانة .

الوحدة الثانية

الدرس (1)

العلاقة بين متغيرين

العلاقة بين متغيرين : هى معادلة من الدرجة الأولى

① تكون بين متغيرين س ، ص وتكون على الصورة

ٲ س + ب ص = جـ حيث ٲ ، ب ≠ صفر معاً

تسمى علاقة خطية بين المتغيرين س ، ص

② لتمثيل العلاقة خلى الـ ص لوحدها: ص =أس+جـ

وافرض قيم للـ س من عندك وعوض بيها في العلاقة

١ أوجد ثلاث أزواج مرتبة تحقق العلاقة

ص + س = ٣

نخلى الـ ص لوحدها: ص = ٣ – س

نضع س = ١ ∴ ص = ٣ ـ ١ = ٢

∴ (١ ، ٢) يحقق العلاقة

نضع س = ٢ ∴ ص = ٣ ـ ٢ = ١

∴ (٢ ، ١) يحقق العلاقة

نضع س = ٣ ∴ ص = ٣ ـ ٣ = ٠

∴ (٣ ، ٠) يحقق العلاقة

الازواج المرتبة

(١ ، ٢)

(٢ ، ١)

(٣ ، ٠)

س	٣	١	٢
ص	٠	٢	١

٢ أوجد ثلاث أزواج مرتبة تحقق العلاقة

٢س ـ ص = ٢

نخلى الـ ص لوحدها: ـ ص = ٢ ـ ٢س

ص = ـ ٢ + ٢س

نضع س = ١ ∴ ص = ـ٢ + ٢ × ١ = ٠

∴ (١ ، ٠) يحقق العلاقة

نضع س = ∴ ص = + × =

∴ (،) يحقق العلاقة

نضع س = ∴ ص = + × =

∴ (،) يحقق العلاقة

س			
ص			

٣ أوجد ثلاثة أزاوج مرتبة تحقق العلاقة:

ص = - ٣

الازواج المرتبة

(،)

(،)

(،)

س	١		
ص	–٣		

٤ إذا كان (٢ ، ٣) يحقق العلاقة ٢س ـ ك ص = ١٠ فأوجد قيمة ك

من الزوج (٢ ، ٣) نأخذ س = ٢ ، ص = ٣

ونعوض في العلاقة ٢س ـ ك ص = ١٠

∴ ٢ × ٢ ـ ك × ٣ = ١٠ ⇐ ٤ ـ ٣ ك = ١٠

ـ٣ ك = ١٠ ـ ٤ ⇐ ـ٣ ك = ٦ ⇐ ∴ ك = ـ٢

٥ إذا كان الزوج (٢ ، ٣) يحقق العلاقة

ك س ــ ٤ ص = ١٠ أوجد قيمة ك

٦ إذا كان الزوج (ك ، ٢) يحقق العلاقة

٣س + ص = ١٧ أوجد قيمة ك

٧ بين أيا من الازواج التالية يحقق العلاقة

ص ــ ٢س = ٣

(١ ، ٢) ، (٤ ، ١١) ، (٢ ، ٥)

بالتعويض بالزوج (١ ، ٢) فى العلاقة

[س = ١ ، ص = ٢]

ص ــ ٢ س = ٢ ــ ٢ (١) = ٢ ــ ٢

= ٠ ≠ ٣ الزوج (١ ، ٢) لا يحقق العلاقة

لاحظ أن :

> لإيجاد نقطة التقاطع مع **محور السينات** نضع ص = ٠
>
> لإيجاد نقطة التقاطع مع **محور الصادات** نضع س = ٠

٨ إذا كانت ٢س + ٣ ص = ٦

فأوجد نقط نقاطع المستقيم مع محور السينات والصادات

لإيجاد نقطة التقاطع مع محور السينات نضع ص = ٠

∴ ٢س + ٣ × ٠ = ٦ ٢س = ٦ س = ٣

∴ نقطة التقاطع مع محور السينات هي (٣ ، ٠)

لإيجاد نقطة التقاطع مع محور الصادات نضع س = ٠

∴ × + = = ص =

∴ نقطة التقاطع مع محور الصادات هي (،)

التمثيل البياني للعلاقة الخطية :



١ مثل بيانيا العلاقة س + ص = ٥



ص = ٥ – س

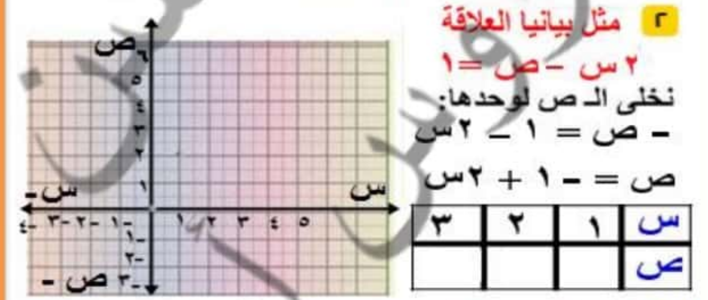
س	٠	١	٢
ص	٥	٤	٣

المستقيم يقطع محور السينات فى (٥ ، ٠)

الصادات فى (٠ ، ٥)

٢ مثل بيانيا العلاقة

٢ س – ص = ١



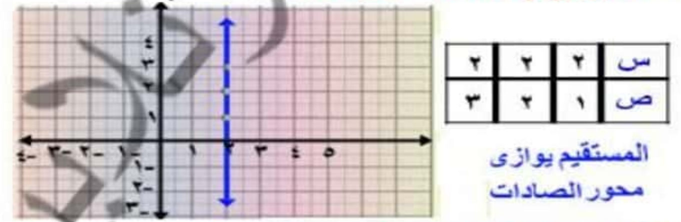
نخلى الـ ص لوحدها:

– ص = ١ – ٢س

ص = – ١ + ٢س

س	١	٢	٣
ص			

٣ مثل بيانيا العلاقة س = ٢



س	٢	٢	٢
ص	١	٢	٣

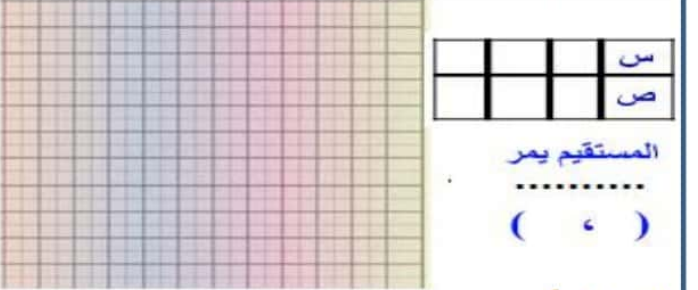
المستقيم يوازى محور الصادات

٤ مثل بيانيا العلاقة ص = ٣

س			
ص			

المستقيم يوازى ....

٥ مثل بيانيا العلاقة ص = – ٢س



س			
ص			

المستقيم يمر ....

(،)

لاحظ أن :

① المستقيم الممثل للعلاقة أس + ب ص = جـ يقطع محور السينات فى $(\frac{جـ}{أ} ، ٠)$ ويقطع محور الصادات فى $(٠ ، \frac{جـ}{ب})$

② العلاقة أس + ب ص = ٠ يمثلها بيانيا مستقيم يمر بنقطة الاصل

③ العلاقة س = جـ يمثلها بيانيا مستقيم يوازى محور الصادات

④ العلاقة ص = جـ يمثلها بيانيا مستقيم يوازى محور السينات

(الواجب المنزلي)

١ أوجد ثلاث أزواج مرتبة تحقق العلاقة

① س + ص = ٣ ④ ص = ٠

② ٢س + ص = ١ ⑤ س = – ١

③ ص – س = ٠ ⑥ س + ٢ص = ٤

٢ مثل بيانيا كلا من العلاقات الاتية

① س + ص = ٢ ④ ص – س = ٠

② س – ص = ٣ ⑤ ص = ٤

③ ص – ٢س = ٠ ⑥ س = – ٣

٣ أكمل ما يأتي:

(١) إذا كان (– ١ ، ٥) يحقق العلاقة :

٣س + ك ص = ٧ فإن : ك = ...

(٢) إذا كان : (٢ ، – ٥) يحقق العلاقة :

٣س – ص + جـ = ٠ فإن : جـ = ...

(٣) العلاقة ٣س + ٨ص = ٢٤ يمثلها مستقيم

يقطع محور الصادات في النقطة ....

يقطع محور السينات في النقطة ....

(٤) إذا كان (ك ، ٢ك) يحقق العلاقة

ص + س = ٣٠ فإن : ك = ...

٤ أكمل ما يأتي:

① إذا كان (٣ ، ٢) يحقق العلاقة ك س – ص = ١٠ فإن ك = ...

② إذا كان (ك ، ١) يحقق العلاقة ٢ س – ص = ٣ فإن ك = ...

③ إذا كان (ك ، ٢ك) يحقق العلاقة س + ٣ص = ١٤ فإن ك = ...

④ إذا كان (٢ ، – ٢) يحقق العلاقة س + ب ص = ٤ فإن ب = ...

⑤ العلاقة س = ٣ يمثلها بيانيا مستقيم يوازى محور .....

⑥ العلاقة ص = – ٢ يمثلها بيانيا مستقيم يوازى محور .....

⑦ العلاقة ص = ٠ يمثلها بيانيا محور .....

⑧ المستقيم الممثل للعلاقة ٢ س + ص = ٤ يقطع محور السينات فى (.... ، ....) ويقطع محور الصادات فى (.... ، ....)

⑨ المستقيم الممثل للعلاقة ٤س + ص = ٨ يقطع محور السينات فى (.... ، ....)

⑩ نقطة تقاطع المستقيمين الممثلين للمعادلتين س = ٣ ، ص = ٢ هى ....

الدرسان (3،2) ميل الخط المستقيم تطبيقات حياتية

ميل المستقيم المار بالنقطتين $(س_1، ص_1)$ ، $(س_2، ص_2)$

ميل المستقيم = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}} = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$

١ أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين

① (٤، -٤) ، (٧، ٥)

الميل = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}} = \frac{٥ - (-٤)}{٧ - ٤} = \frac{٩}{٣} = ٣$

② (١ ، ٢) ، (٣ ، ٥)

الميل = م = ــــــــــــ

③ (-١ ، ٢) ، (٣ ، ١)

م = ــــــــــــ

④ (-١ ، ٣) ، (٣ ، -١)

م = ــــــــــــ

لاحظ أن :

(١) ميل أى مستقيم // محور السينات
(٢) ميل أى مستقيم ⊥ محور الصادات
(٣) ميل أى مستقيم أفقى
= صفر

(٤) ميل أى مستقيم // محور الصادات
(٥) ميل أى مستقيم ⊥ محور السينات
(٦) ميل أى مستقيم رأسى
غير معرف

(٧) لإثبات أن النقط أ ، ب ، جـ تقع على استقامة واحدة نثبت أن: ميل أ ب = ميل ب جـ

(٨) الميل: موجب — سالب — صفر — غير معرف

٢ إثبت أن النقط أ = (١ ، ٢) ، ب = (٢ ، ٤) ، جـ = (٤ ، ٨) تقع على أستقامة واحدة

ميل أ ب = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}} = \frac{٤ - ٢}{٢ - ١} = \frac{٢}{١} = ٢$

ميل ب جـ = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}} = \frac{٨ - ٤}{٤ - ٢} = \frac{٤}{٢} = ٢$

ميل أ ب = ميل ب جـ

∴ أ ، ب ، جـ تقع على استقامة واحدة

٣ اثبت أن النقط أ (١، ٢) ، ب (-١، -٣) ، جـ (٥، ٠) تقع على أستقامة واحدة

ميل = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$ = ــــــ = ــ =

ميل = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$ = ــــــ = ــ =

ميل = ميل

∴ ، ، تقع على ....

٤ إذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين (٤ ، ص) ، (-١ ، ٥) يساوى ٣ فأوجد قيمة ص

الميل = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}} = \frac{ص - ٥}{٤ - (-١)} = ٣$

$\frac{ص - ٥}{٥} = ٣$ ∴ ص - ٥ = ٣ × ٥

ص - ٥ = ١٥ ∴ ص = ١٥ + ٥ = ٢٠

٥ إذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ٣) ، (٥ ، ص) يساوى ٢ أوجد قيمة ص

٦ إذا كانت النقط أ(-١ ، ٢) ، ب = (٣ ، ١) جـ = (٧ ، ك) تقع على أستقامة واحدة أوجد قيمة ك

٧ إذا كان المستقيم المار بالنقطتين س(٥ ، ١) ص (ك ، ٩) يوازى محور الصادات احسب قيمة ك

(الواجب المنزلي)

١ أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين

① (١ ، ٤) ، (٣ ، ٩) ⑤ (٢ ، ٤) ، (٥ ، ٤)

② (٢ ، ٧) ، (٣ ، ٥) ⑥ (-٢ ، ٩) ، (٤ ، ١)

③ (-٢ ، -٤) ، (-١ ، ٢) ⑦ (-٣ ، ٠) ، (-١ ، ٤)

④ (٣ ، ٧) ، (٣ ، ٢) ⑧ (٢ ، ٢) ، (٧ ، ٧)

٢ إثبت أن النقط ﺃ، ب ، جـ على أستقامة واحدة

① ﺃ = (١ ، ١)، ب = (٢ ، ٢)، جـ = (٥ ، ٥)

② ﺃ = (٠ ، ٠)، ب = (١ ، ٣)، جـ = (٢ ، ٦)

③ ﺃ = (-٣ ، -٢)، ب = (-٦ ، -٤)، جـ = (٠ ، ٠)

٣ إذا كان المستقيم المار بالنقطتين

① س (م ، ٣)، ص (٢ ، ٦) ميله = ٣ أوجد قيمة م

② س (٦ ، ٣)، ص (١ ، ك) يوازى محور السينات احسب قيمة ك

③ س (٩ ، ٣)، ص (ك ، ١) يوازى محور الصادات احسب قيمة ك

٤ إذا كانت النقاط تقع على استقامة واحدة

① ﺃ (٠ ، ك)، ب (١ ، ٣)، جـ (٢ ، ١) احسب قيمة ك

② ﺃ (١ ، -١)، ب (ك ، ٣)، جـ (-١ ، -٥) احسب قيمة ك

٥ أكمل ما يأتي :

① ميل أى مستقيم يوازى محور السينات = ...

② المستقيم الذى ميله غير معرف يوازى محور ....

③ إذا كان ﺃ، ب ، جـ على أستقامة واحدة فإن ميل ﺃ ب =........

④ ميل المستقيم العمودى على محور الصادات = ...

⑤ المستقيم س = ٩ يوازى محور .... ويكون ميله = ...

⑥ المستقيم ص = -٥ يوازى محور ..... ويكون ميله = ...

⑦ ميل المستقيم العمودى على محور السينات = ...

٦ إذا كانت ﺃ = (٢ ، -١)، ب = (١٠ ، ٣)،
جـ = (٢ ، ٣) أوجد ميل كل من $\overleftrightarrow{ﺃب}$ ، $\overleftrightarrow{بجـ}$ ، $\overleftrightarrow{ﺃجـ}$
ارسم المثلث ﺃ ب جـ على الشبكة التربيعية . ثم حدد نوع المثلث ﺃ ب جـ بالنسبة لقياسات زواياه

٧ الشكل المقابل:
يمثل حركة سيارة
أوجد
① السرعة المنتظمة للسيارة
② المسافة المقطوعة بعد مرور ٣ ساعات

(إختبار علي الوحدة الثانية)

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

① اى الأزواج المرتبة الآتية تحقق العلاقة : ٢س + ص = ٥
((-١ ، ٣) ، (١ ، ٣) ، (٣ ، ١) ، (٢ ، ٢))

② العلاقة ٣س + ٨ص = ٢٤ يمثلها مستقيم يقطع محور الصادات في النقطة .... ((٠ ، ٨) ، (٨ ، ٠) ، (٠ ، ٣) ، (٣ ، ٠))

③ اي العلاقات الآتية توضح العلاقة بين س ، ص الموضحة بالجدول : ....

س	٣	٤	٥
ص	١٠	١٣	١٦

(ص = س + ٧ ، ص = س - ٧ ، ص = ٣س + ١ ، ص = س + ١)

④ (٣ ، ٢) لا يحقق العلاقة ....
(ص + س = ٥ ، ٣ص - س = ٣ ، ص + س = ٧)

⑤ إذا كانت ﺃ = (-١ ، ١) ، ب = (٢ ، ٣) فإن : ميل $\overleftrightarrow{ﺃب}$ هو........ ($\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{-٢}{٣}$ ، $\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{-٣}{٢}$)

⑥ إذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين (٤ ، ص) ، (-١ ، ٥) يساوى ٣ فإن قيمة ص........ (١٠ ، ٢٠ ، ١٥)

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي :

① إذا كان (-١ ، ٥) يحقق العلاقة ٣س + ك ص = ٧ فإن ك = ...

② الجذر التربيعي للعدد ٢٥ يساوي ....

③ اى مستقيم يوازى محور السينات ميله يساوى ....

④ إذا كانت ﺃ ، ب ، جـ على استقامة واحدة فإن ميل $\overleftrightarrow{ﺃب}$ = ميل ......

⑤ إذا كان : (ك ، ٢ك) يحقق العلاقة : س + ص = ١٥ فإن ك = ...

السؤال الثالث :

① مثل بيانياً العلاقة : س + ٢ص = ٣

② اثبت أن النقط أ (١ ، ٢) ، ب (-١ ، ٣) ، جـ (٥ ، ٠) تقع على استقامة واحدة

③ إذا كانت ٢س + ٣ ص = ٦ فأوجد نقط تقاطع المستقيم مع محور السينات والصادات .

الوحدة الثالثة

الدرسان (1 ، 2)

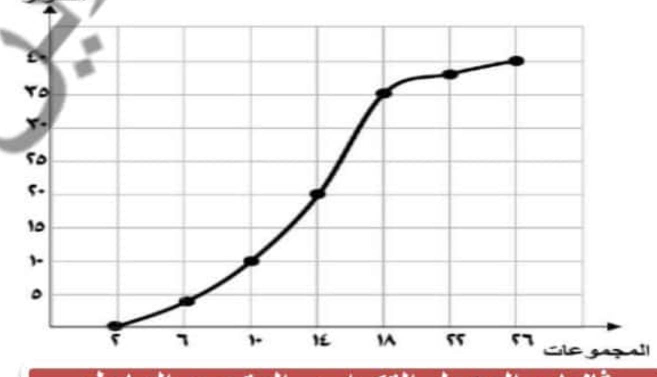
الجدول التكراري المتجمع الصاعد والمتجمع الهابط (النازل) وتمثيلهما بيانيا

أولا : الجدول التكراري المتجمع الصاعد:

1 من الجدول التالى كون الجدول التكرارى المتجمع الصاعد وارسم المنحنى المتجمع الصاعد

المجموعات	٢ـ	٦ـ	١٠ـ	١٤ـ	١٨ـ	٢٢ـ	المجموع
التكرار	٤	٦	١٠	١٥	٣	٢	٤٠

الحدود العليا للمجموعات	التكرار الصاعد
أقل من ٢	صفر
أقل من ٦	صفر+٤ = ٤
أقل من ١٠	٤+٦ = ١٠
أقل من ١٤	١٠+١٠ = ٢٠
أقل من ١٨	٢٠+١٥ = ٣٥
أقل من ٢٢	٣٥+٣ = ٣٨
أقل من ٢٦	٤٠



ثانيا : الجدول التكراري المتجمع الهابط:

٢ من الجدول التالى كون الجدول التكرارى المتجمع الهابط وارسم المنحنى المتجمع الهابط (النازل)

المجموعات	٢ـ	٦ـ	١٠ـ	١٤ـ	١٨ـ	٢٢ـ	المجموع
التكرار	٤	٦	١٠	١٥	٣	٢	٤٠

الحدود السفلى للمجموعات	التكرار النازل
٢ فأكثر	٤٠
٦ فأكثر	٣٦
١٠ فأكثر	٣٠
١٤ فأكثر	٢٠
١٨ فأكثر	٥
٢٢ فأكثر	٢
٢٦ فأكثر	صفر

٣ : كون الجدولين التكراريين المتجمعين الصاعد والنازل للتوزيع التكراري الآتي ثم مثلها بيانياً :

المجموعات	٢ـ	٦ـ	١٠ـ	١٤ـ	١٨ـ	٢٢ـ	المجموع
التكرار	٤	٦	١٠	١٥	٣	٢	٤٠

الجدول التكرارى المتجمع الصاعد

الحدود العليا للمجموعات	تكرار متجمع صاعد
أقل من ٢	صفر
أقل من ٦	٤
أقل من	
أقل من	
أقل من	
أقل من	
أقل من	

الجدول التكرارى المتجمع النازل

الحدود السفلى للمجموعات	تكرار متجمع نازل
٢ فأكثر	٤٠
٦ فأكثر	٣٦
١٠ فأكثر	

مثل بيانيا بنفسك :

الدرس (3) الوسط الحسابي

أولا : الوسط الحسابي لمجموعة من القيم:

الوسط الحسابى = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$

① أوجد الوسط الحسابى لمجموعة القيم

١٠ ، ٥ ، ٣ ، ٢

الوسط الحسابى = $\frac{١٠+٥+٣+٢}{٤} = \frac{٢٠}{٤} = ٥$

② إذا كان أعمار ٥ تلاميذ هى ١٣، ١٥، ١٦، ١٤، ١٧ سنة فإن: **الوسط الحسابى لأعمارهم**

③ إذا كان الوسط الحسابى لدرجات خمسة طلاب هو ٢٠ فإن مجموع درجاتهم = ...

④ إذا كان الوسط الحسابى للقيم ك ، ٣ك ، ٥ ، ٧ هو ٤ فأوجد قيمة ك

ثانيا : الوسط الحسابي للتوزيع التكراري :

الوسط = $\frac{\text{مجموع (م × ك)}}{\text{مجموع ك}}$

حيث: م مركز المجموعة ، ك التكرار

مركز المجموعة = $\frac{\text{الحد الأدنى + الحد الأعلى}}{٢}$

١ أوجد الوسط الحسابى للتوزيع التكرارى

المجموعات	١٠ـ	٢٠ـ	٣٠ـ	٤٠ـ	٥٠ـ	المجموع
التكرار	٨	١٢	١٤	٩	٧	٥٠

مركز المجموعة الأولى $م_١ = \frac{١٠ + ٢٠}{٢} = ١٥$

$م_٢ = \frac{٢٠+٣٠}{٢} = ٢٥$ ، $م_٣ = \frac{٣٠+٤٠}{٢} = ٣٥$

$م_٤ = \frac{٤٠+٥٠}{٢} = ٤٥$ ، $م_٥ = \frac{٥٠+٦٠}{٢} = ٥٥$

المجموعة	التكرار ك	مركز المجموعة م	م × ك
١٠ ـ	٨	١٥	٨×١٥= ١٢٠
٢٠ ـ	١٢	٢٥	١٢×٢٥= ٣٠٠
٣٠ ـ	١٤	٣٥	١٤×٣٥= ٤٩٠
٤٠ ـ	٩	٤٥	٩×٤٥= ٤٠٥
٥٠ ـ	٧	٥٥	٧×٥٥= ٣٨٥
المجموع	٥٠		١٧٠٠

الوسط = $\frac{\text{مجموع (م × ك)}}{\text{مجموع ك}} = \frac{١٧٠٠}{٥٠} = ٣٤$

٢ أوجد الوسط الحسابى للتوزيع التكرارى

المجموعات	٥ ـ	١٥ ـ	٢٥ ـ	٣٥ ـ	٤٥ ـ	المجموع
التكرار	٣	٤	٧	٤	٢	٢٠

المجموعات	م	ك	م × ك
المجموع			

الوسط الحسابى = $\frac{\text{مجـ م × ك}}{\text{مجـ ك}}$ = ——— =

(الواجب المنزلي)

١ أكمل ما يأتي :

① المجموعة التى حدها الأدنى = ٥ وحدها الأعلى = ٧ يكون مركزها ..

② مجموعة مركزها ١٠ وحدها الاعلى ١٥ فإن حدها الادنى ....

③ مجموعة مركزها ١٥ وحدها الادنى ٥ فإن حدها الاعلى ....

٢ أوجد الوسط الحسابى للتوزيع التكرارى

①

المجموعات	١٠ـ	٢٠ـ	٣٠ـ	٤٠ـ	٥٠ـ	المجموع
التكرار	١٠	٢٠	٢٥	٣٠	١٥	١٠٠

②

المجموعات	٥ ـ	١٥ ـ	٢٥ ـ	٣٥ ـ	٤٥ ـ	المجموع
التكرار	٣	٤	٧	٤	٢	٢٠

الدرس (4) الوسيط

أولا : الوسيط لمجموعة من القيم:

الوسيط لمجموعة من البيانات
هو القيمة التى تقع فى وسط المجموعة تماماً عند ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً

١ أوجد الوسيط لمجموعة القيم

① ١٠ ، ٥ ، ٨ ، ٢ ، ٦

الترتيب ٢ ، ٥ ، ٦ ، ٨ ، ١٠

ترتيب الوسيط = الثالث ⟸ الوسيط = ٦

② ٢ ، ٦ ، ١ ، ٨ ، ٤ ، ١٠، ٥

③ ٢ ، ٦ ، ١ ، ٨ ، ٤ ، ١٠

الترتيب ١ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠

ترتيب الوسيط = الثالث ، الرابع ⟸ الوسيط = $\frac{٤+٦}{٢}$ = ٥

④ ١ ، ٨ ، ٤ ، ٩ ، ٣ ، ٦

⑤ إذا كان ترتيب الوسيط هو الرابع فإن عدد القيم = ..

⑥ إذا كان عدد القيم ٩ فإن ترتيب الوسيط هو. ....

ثانيا : الوسيط للتوزيع التكراري :

٢ أوجد الوسيط للتوزيع التكرارى الآتى :

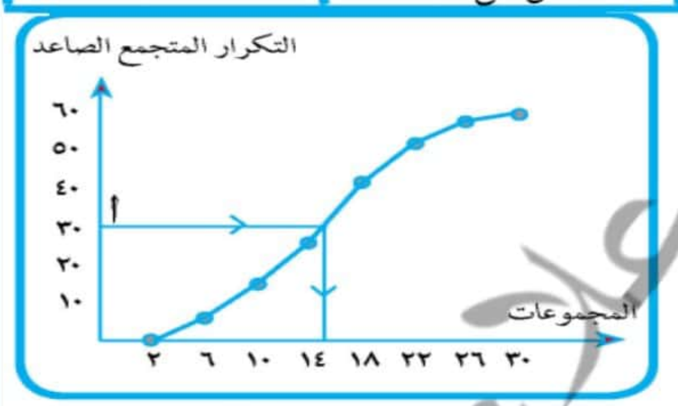
المجموعات	٢ـ	٦ـ	١٠ـ	١٤ـ	١٨ـ	٢٢ـ	٢٤ـ	المجموع
التكرار	٦	٩	١٢	١٥	١٠	٥	٣	٦٠

١) نرسم منحنى صاعد أو هابط (ما لم يحدد)

٢) نحسب ترتيب الوسيط = $\frac{\text{مجموع التكرارات}}{٢}$

٣) من الرسم نحسب الوسيط من الخط الأفقى

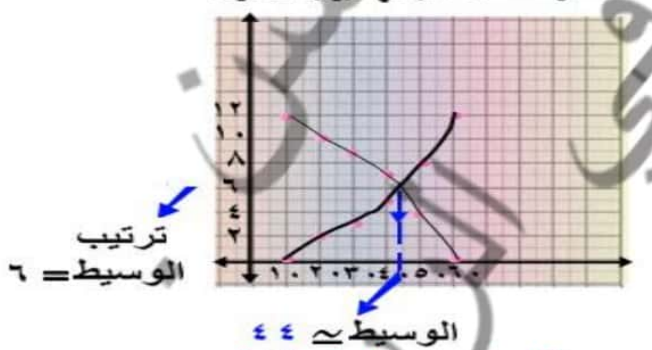
الحدود العليا للمجموعات	التكرار الصاعد
أقل من ٢	صفر
أقل من ٦	٦
أقل من ١٠	١٥
أقل من ١٤	٢٧
أقل من ١٨	٤٢
أقل من ٢٢	٥٢
أقل من ٢٦	٥٧
أقل من ٣٠	٦٠



نوجد ترتيب الوسيط = $\frac{٦٠}{٢}$ = ٣٠

من الرسم الوسيط = ١٤,٨ من الدرجة

لاحظ أن : نقطة تقاطع المنحنيين المتجمع الصاعد والمتجمع النازل تعين على المحور الأفقي الوسيط وتعين على المحور الرأسي ترتيب الوسيط



الوسيط ≃ ٤٤

(الواجب المنزلي)

١ أوجد الوسيط للتوزيع التكرارى الآتى :

①

المجموعات	١٨ـ	٢٤ـ	٣٠ـ	٣٦ـ	٤٢ـ	٤٨ـ	٥٤ـ
التكرار	٢	٤	١٠	١٨	٨	٦	٢

مستخدماً جدول التكرار المتجمع الصاعد

②

المجموعات	٥ـ	١٥ـ	س ـ	٣٥ـ	٤٥ـ	المجموع
التكرار	١٨	ك	٢٣	٣٠	١٢	١٠٠

أوجد قيمة س ، ك ثم أوجد الوسيط

مستخدماً جدول التكرار المتجمع النازل .

الدرس (5) المنوال

أولا : المنوال لمجموعة من القيم:

المنوال لمجموعة من البيانات

هو القيمة الأكثر شيوعاً (تكراراً) فى المجموعة

١ أوجد المنوال لمجموعة القيم

① ٣ ، ٥ ، ٣ ، ٧ ، ٢ ⟸ المنوال = ٣

② ٢ ، ٥ ، ٤ ، ٥ ، ٧ ، ٥ ، ٧ ⟸ المنوال =

③ إذا كان المنوال للقيم ٣ ، ٤ ، م ، ٢ هو ٣ فإن م =........

④ إذا كان المنوال للقيم ٥ ، ٧ ، ٣ ، ك + ١ ، ٤ هو ٧ فإن ك = ...

ثانيا : المنوال للتوزيع التكراري :

٢ الجدول التالى يبين الأجر الأسبوعى لعمال أحد المصانع:

الأجر	١٥_	٢٥_	٣٥_	٤٥_	٥٥_	٦٥_	٧٥_
عدد العمال	١٠	١٢	٢٦	٣٠	١٧	١٠	٥

احسب الأجر المنوالى

لحساب المنوال نرسم المدرج التكرارى

التكرار

٣٠ ٢٥ ٢٠ ١٥ ١٠ ٥

١٥ ٢٥ ٣٥ ٤٥ ٥٥ ٦٥ ٧٥ ٨٥

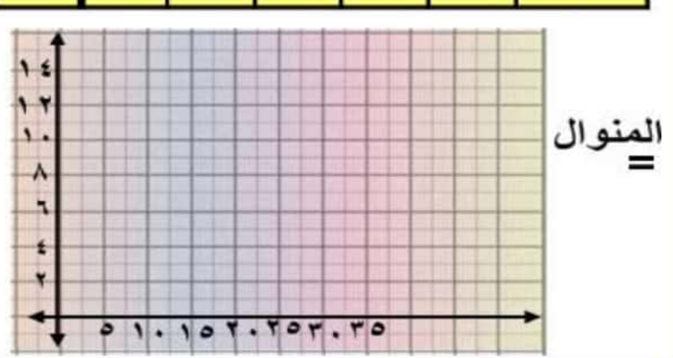
المجموعات

∴ الأجر المنوالى ≃ ٤٧

٣ أوجد المنوال لمجموعة القيم

المجموعات	٥ -	١٠ -	١٥ -	٢٠ -	٢٥ -	٣٠ -
التكرار	٥	٨	١٤	١٠	٦	٣

المنوال =



(الواجب المنزلي)

١ من الجدول التكراري التالي ذي المجموعات المتساوية في المدي :

المجموعات	١٠ -	٢٠ -	٣٠ -	س -	٥٠ -	المجموع
التكرار	٦	٥	ك+١	٣	٢	٢٠

أوجد: (١) قيمة كل من س ، ك (٢) الدرجة المنوالية للطلاب

٢ فيما يلي التوزيع التكراري للحافز الأسبوعي لعدد ١٠٠ عامل في أحد المصانع :

الحوافز	٢٠ -	٣٠ -	٤٠ -	٥٠ -	٦٠ -	٧٠ -
العدد	١٠	ك	٢٢	٢٦	٢٠	٨

(١) احسب قيمة ك . (٢) أوجد الوسط الحسابي لهذا التوزيع

(٣) أوجد القيمة المنوالية للحافز الأسبوعي باستخدام المدرج التكراري

(إختبار علي الوحدة الثالثة)

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

① الوسيط لمجموعة القيم ٣٤ ، ٢٣ ، ٢٥ ، ٤٠ ، ٢٢ ، ٤ هو ......
(٢٢ ، ٢٣ ، ٢٤ ، ٢٥)

② إذا كان الحد الأدنى لمجموعة هو ٤ والحد الأعلى لها هو ٨ فإن مركزها هو ...... (٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨)

③ إذا كان الوسط الحسابي للقيم ٢٧ ، ٨ ، ١٦ ، ٢٤ ، ٦ ، ك هو ١٤ فإن ك تساوى .... (٣ ، ٦ ، ٢٧ ، ٨٤)

④ إذا كان المنوال لمجموعة القيم ٥ ، ٩ ، ٥ ، س – ٢ ، ٩ هو ٩ فإن س تساوى .... (٥ ، ٥٧ ، ٩ ، ١١)

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي :

① إذا كان الوسط الحسابى للقيم ٩ ، ٦ ، ٥ ، ١٤ ، ك هو ٧ فإن ك تساوى ....

② المنوال للقيم ٣ ، ٥ ، ٤ ، ٥ ، ٢ ، ٥ هو...........

③ الوسط الحسابي لمجموعة القيم : ٤ ، ٦ ، ٥ ، ٢ ، ٣ هو...........

السؤال الثالث :

ⓐ أوجد الوسط الحسابي للتوزيع التكراري الآتي :

المجموعات	١ —	٣ —	٥ —	٧ —	٩ —	المجموع
التكرار	٤	٦	٨	٧	٥	٣٠

ⓑ أوجد الوسيط للتوزيع الآتي :

المجموعات	٠ —	٤ —	٨ —	١٢ —	١٦ —	المجموع
التكرار	٥	١٥	٣٠	٤٠	١٠	١٠٠

إختبار(1) علي الجبر والإحصاء

السؤال الأول : أكمل مكان النقط :-

١- الوسط الحسابى للقيم : ٤ ، ٣، ٥ ، ٢، ٦ يساوى .... ٣-] ٣ ، ٤ [∪ { ٣ ، ٤ } = ...

٢- ميل المستقيم المار بالنقطتين (٣ ، ٥) ، (٢ ، ٣) = ... ٥- مرافق العدد $\sqrt{٣}-\sqrt{٢}$ هو ....

٤- إذا كان حجم مكعب هو ٢٧ سم^٣ فإن مساحته الكلية تساوى .... سم^٢.

السؤال الثاني :اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :-

١- إذا كان حجم كرة = $\frac{٤}{٣}\pi$ سم^٣ فإن طول قطرها يساوى ...... (١ سم ، ٢ سم ، ٣ سم ، ٤ سم)

٢- الوسيط لمجموعة القيم : ٦ ، ٢ ، ٩ ، ٧ ، ٥ هو س فإن س = ... (٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧)

٣- المعكوس الجمعى للعدد $(-١)^{صفر}$ هو .... (١ ، صفر ، -١ ، لا يوجد)

٤- إذا كان المنوال لمجموعة القيم : ٥ ، ٩ ، ٥ ، س + ٢ ، ٩ هو ٩ فإن س تساوى ...... (٥ ، ٧ ، ٩ ، ١١)

٥- مجموعة حل المعادلة : $\sqrt{٣}$ س – ٢ = ١ فى ح هى .... ($٣\sqrt{٣}$ ، ٣ ، $٢\sqrt{٣}$ ، $\sqrt{٣}$)

السؤال الثالث:

(أ) أوجد مجموعة حل المتباينة : ٣ س + ٤ ≤ ١٠ فى ح مع تمثيل الحل على خط الأعداد

(ب) أختصر لأبسط صورة : $\sqrt{٥٠}-\sqrt{١٨}+\sqrt{٣٢}$

السؤال الرابع :

(أ) إذا كانت : س = $\sqrt{٥}+\sqrt{٣}$ ، ص = $\sqrt{٥}-\sqrt{٣}$

فأوجد قيمة : س^٢ + ٢س ص + ص^٢

(ب) متوازى مستطيلات أبعاده ٢ سم ، ٣ سم ، ٤سم أوجد حجمه ومساحته الجانبية .

السؤال الخامس :

(أ) ارسم بيانيا العلاقة الخطية : ص = س + ٢

(ب) أوجد الوسط الحسابى للتوزيع التكرارى الأتى :

المجموعات	٥-	١٥-	٢٥-	٣٥-	٤٥-	المجموع
التكرار	٤	٥	٦	٣	٢	٢٠

إختبار(2) علي الجبر والإحصاء

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :-

١- مكعب حجمه ٦٤ سم^3 تكون مساحته الجانبية .... سم^2. (أ) ٦٤ (ب) ١٦ (ج) ٣٢

٢- ميل المستقيم المار بالنقطتين (−٣ ، ١) ، (٢ ، ٥) يساوى .... (أ) $\frac{٥}{٢}$ (ب) $\frac{٤}{٥}$ (ج) $\frac{٥}{٤}$

٣- $\sqrt{٢٥ - ٩} \div (\sqrt{٢٥} - \sqrt{٩})$ = ... (أ) ٩ (ب) ٥ (ج) ٣ (د) ٢

٤- إذا كان : ٤ س^2 = ٩ فإن : س = ... (أ) $\frac{٢}{٣}$ (ب) $\frac{-٢}{٣}$ (ج) $\frac{٣}{٢}$ (د) $\pm\frac{٣}{٢}$

٥- $(\sqrt{٧} + \sqrt{٥})(\sqrt{٧} - \sqrt{٥})$ = ... (أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

٦- $\sqrt{١٢} - \sqrt{٣}$ = ... (أ) $\sqrt{٣}$ (ب) ٣ (ج) $٢\sqrt{٣}$ (د) $٣\sqrt{٣}$

السؤال الثانى : أكمل مكان النقط :

١- المنوال للقيم : ٣ ، ٥ ، ٣ ، ٤ هو .... ٢- ح = ... ∪ ....

٣- فى العلاقة : ص = ٣ س + ٤ إذا كان : س = ١ فإن : ص = ...

٤- متوازى مستطيلات أبعاده ١٠ ، ٥ ، ٢ فإن حجمه = ... سم^3 .

٥- كرة مساحتها ٤ π سم^2 فإن طول نصف قطرها يساوى .... سم .

السؤال الثالث :

(أ) اختصر لأبسط صورة : $٣\sqrt{٢} + \sqrt{٨} - \sqrt{٥٠}$

(ب) أسطوانة دائرية قائمة حجمها ١٥٤٠ سم^3 وارتفاعها ١٠ سم احسب طول قطرها

السؤال الرابع :

(أ) إذا كان : س = $\sqrt{٥} + \sqrt{٣}$ ، ص = $\sqrt{٥} - \sqrt{٣}$ أوجد قيمة : $\frac{س + ص}{س ص}$

(ب) إذا كان : س = [−١ ، ٣] ، ص =] ١ ، ٥ [أوجد :

① س ∩ ص ② س ∪ ص

السؤال الخامس :

(أ) أوجد ثلاثة حلول للعلاقة : ص = ٢ س − ١ ثم مثلها بيانياً .

(ب) الجدول الآتى يبين التوزيع التكراري لدرجات ٢٠ تلميذ فى امتحان أحد الشهور :

المجموعات	٥-	١٥-	٢٥-	٣٥-	٤٥-	المجموع
التكرار	٤	٥	٦	٣	٢	٢٠

(١) أوجد الوسيط. (٢) ارسم المدرج التكراري ومنه أوجد المنوال



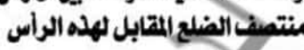
الوحدة الخامسة

الوحدة الرابعة — الدرس (1)

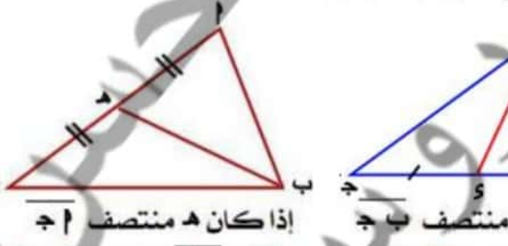
متوسطات المثلث

متوسط المثلث

هو القطعة المستقيمة الواصلة بين أى رأس من رءوس المثلث إلي



منتصف الضلع المقابل لهذه الرأس



إذا كان ء منتصف $\overline{بجـ}$ فإن : $\overline{أء}$ يسمى متوسط

إذا كان هـ منتصف $\overline{أجـ}$ فإن : $\overline{بهـ}$ يسمى متوسط

إذا كان و منتصف $\overline{أب}$ فإن : $\overline{جـو}$ يسمى متوسط



فى المثلث أبجـ

$\overline{أء}$ ، $\overline{بهـ}$ ، $\overline{جـو}$ تسمى متوسطات المثلث

أى مثلث له ثلاثة متوسطات



نظرية :(١)

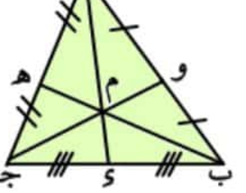
متوسطات المثلث تتقاطع جميعا فى نقطة واحدة

فى Δ أبجـ إذا كانت

ء منتصف $\overline{بجـ}$

هـ منتصف $\overline{أجـ}$

و منتصف $\overline{أب}$



فإن $\overline{أء}$ ، $\overline{بهـ}$ ، $\overline{جـو}$

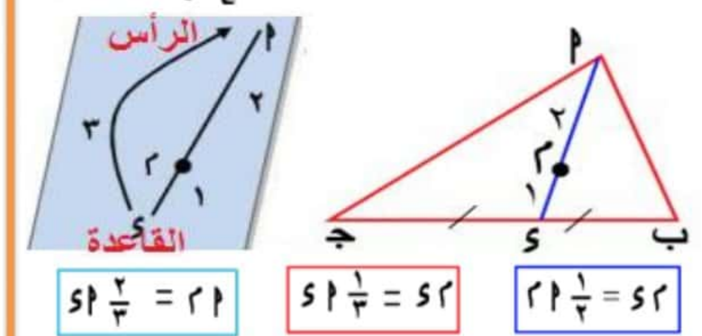
تتقاطع فى نقطة واحدة وتسمى النقطة م بنقطة تقاطع متوسطات المثلث

أي أن : $\overline{أء} \cap \overline{بهـ} \cap \overline{جـو} = \{م\}$

نظرية :(٢) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلا منها

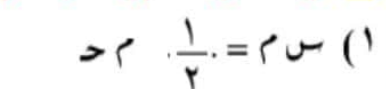
بنسبة ١ : ٢ من جهة القاعدة ، وبنسبة ٢ : ١ من جهة الرأس.

إذا كان أء متوسط فى Δ أ ب جـ ، م نقطة تقاطع متوسطات المثلث فإن :



$مء = \frac{1}{2} أم$ $\quad$ $مء = \frac{1}{3} أء$ $\quad$ $أم = \frac{2}{3} أء$

١ من الشكل المقابل أكمل ما يأتي:



١) س م = $\frac{1}{2}$. م حـ

٢) س م = ... س حـ

٣) حـ م = ... س م

٤) حـ م = ... حـ س

٥) أ م = ... أ ص

٦) م ص = ... أ م

٧) أ ص = ... م ص

٨) س حـ = ... أ م

٢ في الشكل المقابل



أء متوسط فى Δ أبجـ

، م نقطة تقاطع متوسطات المثلث

اكمل ما ياتى

① إذا كان م ء = ٢ سم فإن أم = ...٤...سم ، أ ء = ...٨...سم

② إذا كان م ء = ٣ سم فإن أم = ...٦...سم ، أ ء = ...٩...سم

③ إذا كان أم = ٢ ١سم فإن م ء = ...سم ، أ ء = ...سم

④ إذا كان أم = ٧ سم فإن م ء = ...سم ، أ ء = ...سم

⑤ إذا كان أ ء = ١٢ سم فإن م ء = ...سم ، أم = ...سم

⑥ إذا كان أ ء = ١٥ سم فإن م أ = ...سم

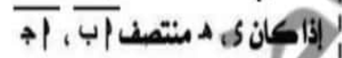
تذكر أن :





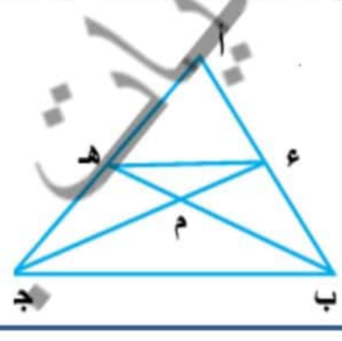
إذا كان ء منتصف $\overline{أب}$ ، $\overline{ءهـ} // \overline{بجـ}$ فإن : هـ منتصف $\overline{أجـ}$

إذا كان ء، هـ منتصف $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$



فإن: $\overline{ءهـ} // \overline{بجـ}$ ، $ءهـ = \frac{1}{2} بجـ$

٣ فى الشكل المقابل



ء، هـ منتصفا $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$

ب م = ٦سم، ب جـ = ١٠سم

ء جـ = ١٢ سم

أوجد محيط Δ ء م هـ

البرهان

∵ ء منتصف أب ∴ جـ ء متوسط

∴ م ء = $\frac{1}{3}$ جـ ء = $\frac{1}{3}$ × ١٢ = ٤ سم

∵ هـ منتصف أجـ ∴ ب هـ متوسط

∴ م هـ = $\frac{1}{2}$ ب م = $\frac{1}{2}$ × ٦ = ٣ سم

∵ ء منتصف أب ، هـ منتصف أجـ

∴ ء هـ = $\frac{1}{2}$ ب جـ = $\frac{1}{2}$ × ١٠ = ٥ سم

∴ محيط △ ء م هـ = ء م + م هـ + ء هـ

= ٤ + ٣ + ٥ = ١٢ سم

٤ فى الشكل المقابل

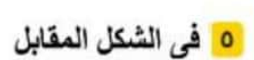
د ، هـ منتصفا أب ، أجـ

ب هـ = ٩ سم ، م جـ = ٤ سم

ب جـ = ١٢ سم

أوجد محيط △ د م هـ

البرهان



٥ فى الشكل المقابل

س ، ص منتصفا أب ، أجـ

م ص = ٣ سم ، س جـ = ١٢ سم

س ص = ٥ سم

أوجد محيط △ م ب جـ

البرهان

∵ س، ص منتصفا أب ، أجـ ∴ ب جـ = ٢ س ص

∴ ب جـ = × = سم

٦ فى الشكل المقابل

△ أ ب جـ فيه س منتصف أب

س ص // ب جـ

إثبت أن

ع منتصف ب جـ

البرهان

∵ س منتصف أب ، س ص // ب جـ

∴ ص منتصف أجـ

∵ س منتصف أب ∴ جـ س متوسط

∵ ص منتصف أجـ ∴ ب ص متوسط

∵ جـ س ، ب ص متوسطان تقاطعا في م

∴ م هى نقطة تقاطع متوسطات المثلث

∴ أع متوسط للمثلث ∴ ع منتصف ب جـ

٧ فى الشكل المقابل

أ ب جـ ء متوازي أضلاع

تقاطع قطراه في م

هـ ∈ ءم حيث ء هـ = ٢ هـ م

اثبت أن: أو = و ء

البرهان

٨ فى الشكل المقابل

أ ب جـ ء مستطيل تقاطع قطراه

فى م ، هـ منتصف أب

جـ هـ ∩ ب ء = {و}

(١) إثبت أن و نقطة تقاطع متوسطات △ أ ب جـ

(٢) إذاكان: ب و = ٤ سم أوجد طول أم

البرهان

∵ هـ منتصف أ ب ∴ جـ هـ متوسط فى △ أ ب جـ

∵ م منتصف أ جـ (القطران ينصف كلا منهما الاخر)

∴ ب م متوسط فى △ أ ب جـ ∵ جـ هـ ∩ ب م = {و}

∴ و نقطة تقاطع متوسطات △ أ ب جـ

∵ ب و = ٤ سم ∴ و م = ٢ سم ∴ ب م = ٦ سم

فى المستطيل القطران متساويان وينصف كلا منهما الاخر

∴ أ م = ب م = ٦ سم

(الواجب المنزلي)

١ أكمل ما يأتي :

(١) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلًا منها بنسبة .... من جهة القاعدة

(٢) في المثلث أ ب جـ ، أ د متوسط ، م نقطة تقاطع متوسطاته فإن : أ م = ... أ د

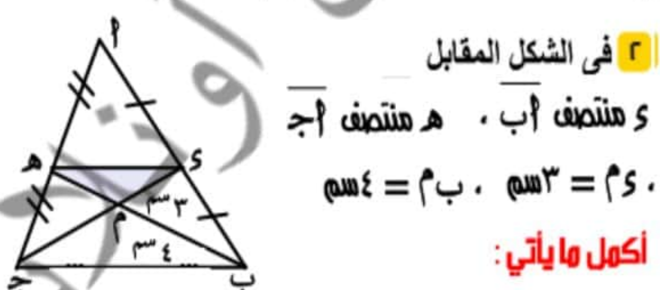
(٣) في المثلث أ ب جـ ، أ د متوسط ، م نقطة تقاطع متوسطاته ، د م = ٤ سم فإن : أ د = ... سم

(٤) عدد متوسطات أي مثلث = ...

(٥) متوسطات المثلث تتقاطع جميعًا في ....

(٦) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلًا منها بنسبة ٢ : .... من جهة القاعدة .

(٧) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلًا منها بنسبة ٦ : ٣ من جهة ....



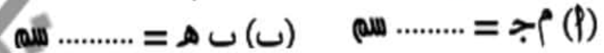
٢ في الشكل المقابل

د منتصف أ ب ، هـ منتصف أ جـ

، د م = ٣ سم ، ب م = ٤ سم

أكمل ما يأتي:

(أ) م جـ = ... سم (ب) ب هـ = ... سم



٣ في الشكل المقابل

د ، هـ منتصفا أ ب ، أ جـ على الترتيب

جـ م = ٨ سم ، ب هـ = ١٥ سم

، ب جـ = ١٢ سم

احسب محيط Δ د هـ م

٤ في الشكل المقابل

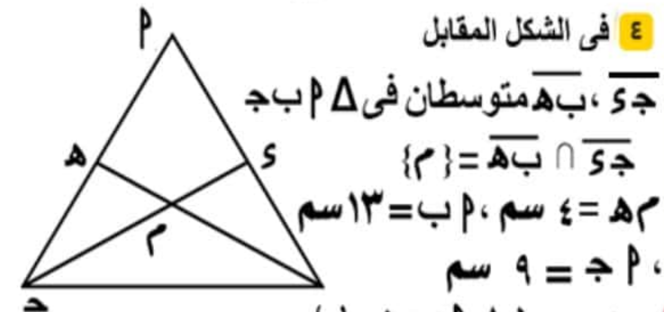
جـ د ، ب هـ متوسطان في Δ أ ب جـ

جـ د ∩ ب هـ = {م}

م هـ = ٤ سم ، أ ب = ١٣ سم

، أ جـ = ٩ سم

اوجد محيط Δ أ ب هـ



٥ في الشكل المقابل

أ ب جـ د متوازي أضلاع فيه

د هـ = ٢ هـ م

اثبت أن أ و = و د

٦ في الشكل المقابل

د ، هـ منتصفا أ ب ، أ جـ على الترتيب

، ب و = ٦ سم

احسب طول ب جـ

٧ في الشكل المقابل

أ ب جـ مثلث ، س منتصف أ ب

، ص منتصف ب جـ ، س ص = ٥ سم

س جـ ∩ أ ص = {م}

حيث : جـ م = ٨ سم

، ص م = ٣ سم



أوجد : (أ) محيط Δ م س ص (ب) محيط Δ م أ جـ

(تقييم)

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

(١) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلًا منها بنسبة .... من جهة القاعدة (٢ : ١ ، ٥ : ١٠ ، ٢ : ٣ ، ١ : ٣)

(٢) في المثلث أ ب جـ ، أ د متوسط ، م نقطة تقاطع متوسطاته فإن : أ م = ... م د ($\frac{1}{2}$ ، ٢ ، $\frac{2}{3}$ ، $\frac{3}{2}$)

(٣) عدد متوسطات أي مثلث = ... (١ ، ٢ ، ٤ ، ٣)

(٤) في المثلث أ ب جـ ، أ د متوسط ، م نقطة تقاطع متوسطاته ، د م = ٤ سم فإن : أ م = ... سم (٨ ، ١٢ ، ١٦ ، ٤)

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي :

(١) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلًا منها بنسبة ٢ : .... من جهة القاعدة.

(٢) في الشكل المقابل :

د منتصف أ ب ، هـ منتصف أ جـ

، د م = ٥ سم ، ب م = ٦ سم

أكمل ما يأتي :

(أ) م جـ = ... سم (ب) ب هـ = ... سم



السؤال الثالث :

في الشكل المقابل :

أ ب جـ د متوازي أضلاع تتقاطع قطراه في م ، هـ منتصف أ د ،

ب هـ ∩ أ جـ = {ن} اثبت أن : أ ن = $\frac{1}{3}$ أ جـ

الدرس (2) متوسط المثلث القائم

نظرية (٣) فى المثلث القائم طول المتوسط الخارج من رأس القائمة يساوي نصف طول الوتر

المعطيات: أ ب جـ مثلث

ق(∠ب) = ٩٠°

، ب ء متوسط فى △ أ ب جـ

المطلوب: إثبات أن :

ب ء = $\frac{1}{2}$ أ جـ

العمل: نرسم ب ء ونأخذ نقطة هـ ∈ ب ء بحيث ب ء = ء هـ

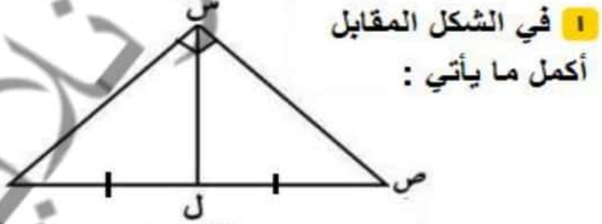
البرهان: ∵ الشكل أ ب جـ هـ فيه أ جـ ، ب هـ ينصف كلا منهما الآخر

∴ الشكل أ ب جـ هـ متوازى أضلاع ∵ ق(∠ب) = ٩٠°

∴ الشكل أ ب جـ هـ مستطيل

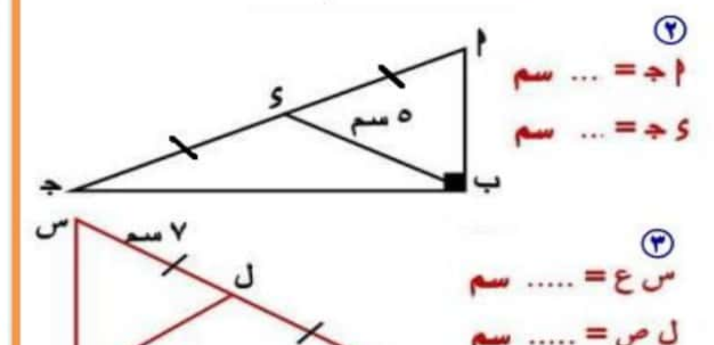
∴ ب هـ = أ جـ ∵ ب ء = $\frac{1}{2}$ ب هـ ∴ ب ء = $\frac{1}{2}$ أ جـ

١ في الشكل المقابل أكمل ما يأتي :



① ص ل = ... سم ص ل = $\frac{1}{2}$ س ع = ٦ سم

س ل = ... سم س ل = $\frac{1}{2}$ س ع = ٦ سم



② أ جـ = ... سم

ء جـ = ... سم

③ س ع = ... سم

ل ص = ... سم

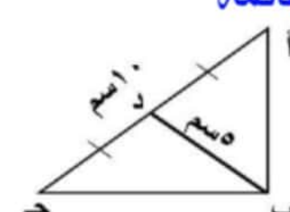
عكس نظرية (٣) إذا كان طول متوسط المثلث المرسوم من أحد رءوسه يساوى نصف طول الضلع المقابل لهذا الرأس فإن زاوية هذا الرأس تكون قائمة

لإثبات أن الزاوية قائمة

إذا كان △ أ ب جـ فيه

ب ء متوسط ، ب ء = $\frac{1}{2}$ أ جـ

∴ ق(أ ب̂ جـ) = ٩٠°

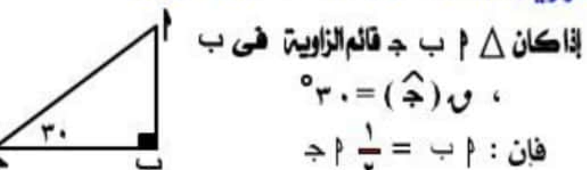


نتيجة : فى المثلث القائم الزاوية طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠° يساوي نصف طول الوتر

إذا كان △ أ ب جـ قائم الزاوية فى ب

، ق(جـ̂) = ٣٠°

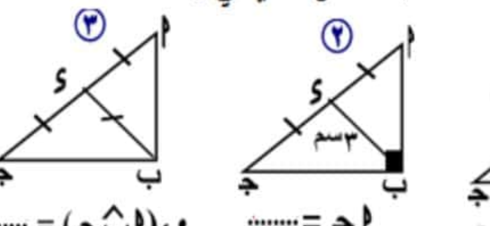
فإن : أ ب = $\frac{1}{2}$ أ جـ

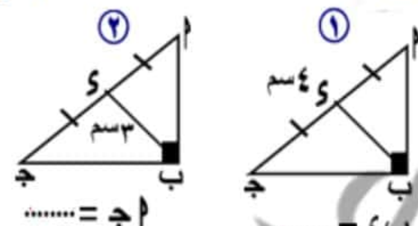


مثال: إذا كان أ جـ = ٨ سم فإن : أ ب = ٤ سم

إذا كان أ ب = ٦ سم فإن : أ جـ = ١٢ سم

٢ في الشكل المقابل أكمل ما يأتي :

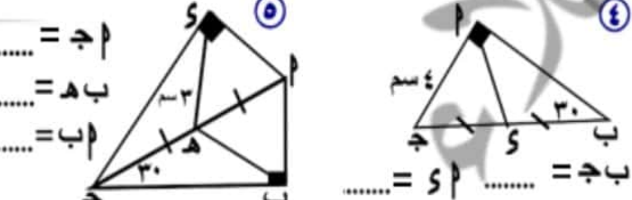




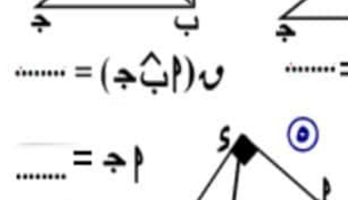
① ب ء = ...

② أ جـ = ...

③ ق(أ ب̂ جـ) = ...



④ ب جـ = ... أ ء = ...

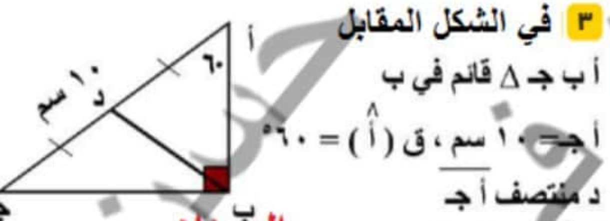


⑤ أ جـ = ...

ب هـ = ...

أ ب = ...

٣ في الشكل المقابل



أ ب جـ △ قائم في ب

أ جـ = ١٠ سم ، ق (أ̂) = ٦٠°

د منتصف أ جـ

أوجد محيط △ أ ب د

البرهان

∵ ب د متوسط خارج من الزاوية القائمة ∴ ب د = $\frac{1}{2}$ أ جـ

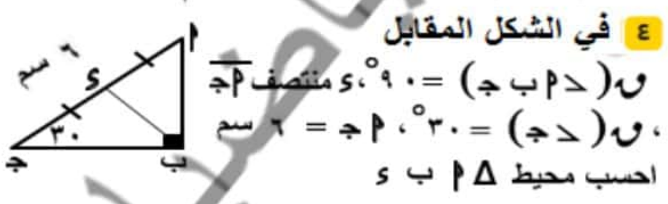
∴ ب د = ٥ سم ∵ ق (أ̂) = ٦٠° ∴ ق (جـ̂) = ٣٠

∴ أ ب = $\frac{1}{2}$ أ جـ ∴ أ ب = ٥ سم ∵ أ د = $\frac{1}{2}$ أ جـ = ٥ سم

∴ محيط △ أ ب د = ٥ + ٥ + ٥ = ١٥ سم



٤ في الشكل المقابل

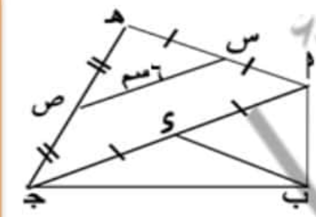


ق(∠أ ب جـ) = ٩٠° ، ء منتصف أ جـ

، ق(∠جـ) = ٣٠° ، أ جـ = ٦ سم

احسب محيط △ أ ب ء

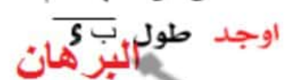
٥ في الشكل المقابل



ق(ب̂) = ٩٠° ، س منتصف $\overline{أهـ}$ ، ص منتصف $\overline{هـ جـ}$ ، ء منتصف $\overline{أ جـ}$

، س ص = ٦ سم

اوجد طول $\overline{ب ء}$



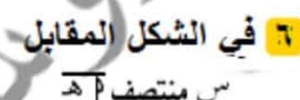
البرهان

∵ س منتصف $\overline{أهـ}$ ، ص منتصف $\overline{هـ جـ}$

∴ س ص = $\frac{1}{2}$ أ جـ ⟸ أ جـ = ١٢ سم

∵ △ أ ب جـ قائم في ب، ب ء متوسط خارج من رأس القائمة

∴ ب ء = $\frac{1}{2}$ أ جـ ⟸ ب ء = ٦ سم



٦ في الشكل المقابل

س منتصف $\overline{أهـ}$

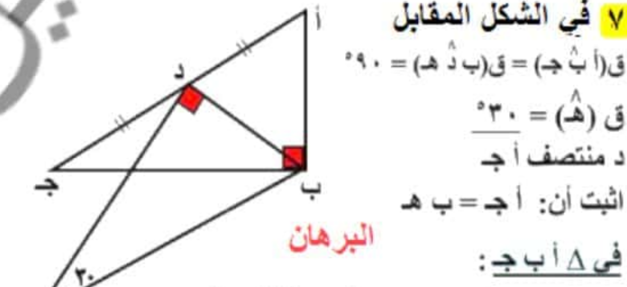
، ء منتصف $\overline{أ جـ}$ ، ص منتصف $\overline{هـ جـ}$

، س ص = ب ء = ٤ سم

أثبت أن: ق (ب̂) = ٩٠°

البرهان

٧ في الشكل المقابل





ق(أ ب̂ جـ) = ق(ب د̂ هـ) = ٩٠°

ق (هـ̂) = ٣٠°

د منتصف أ جـ

اثبت أن: أ جـ = ب هـ

البرهان

في △ أ ب جـ:

∵ ب د متوسط خارج من الزاوية القائمة

∴ ب د = $\frac{1}{2}$ الوتر أ جـ ⟵ (١)

في △ ب د هـ: ∵ ق (هـ̂) = ٣٠° ∴ ب د = $\frac{1}{2}$ الوتر ب هـ ⟵ (٢)

من ١ ، ٢ ينتج أن : أ جـ = ب هـ

٨ في الشكل المقابل

ء منتصف $\overline{أ جـ}$ ، هـ منتصف $\overline{ب جـ}$

، أ جـ = ١٢ سم

، ق (∠ أ ب جـ) = ٩٠°

، ق (∠ أ جـ ب) = ٣٠°

أوجد طول كل من $\overline{ب ء}$ ، $\overline{ب م}$ ، $\overline{أ ب}$ **البرهان**

(الواجب المنزلي)

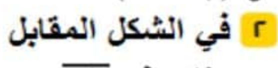
١ في الشكل المقابل

ء منتصف أ جـ ،

أ جـ = ١٠ سم ، ب ء = ٥ سم

أثبت أن :

ق (أ ب̂ جـ) = ٩٠°



٢ في الشكل المقابل

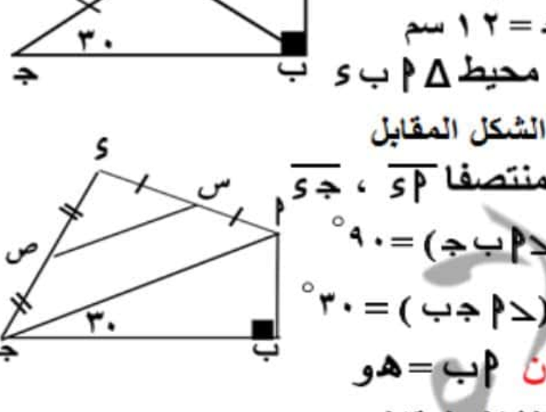
ء منتصف $\overline{أ جـ}$

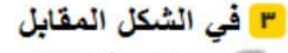
، ق (∠ أ ب جـ) = ٩٠°

، ق (∠ جـ) = ٣٠°

، أ جـ = ١٢ سم

احسب محيط △ أ ب ء





٣ في الشكل المقابل

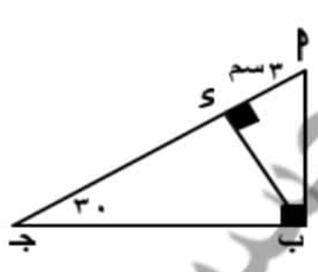
س، ص منتصفا $\overline{أ ء}$ ، $\overline{جـ ء}$

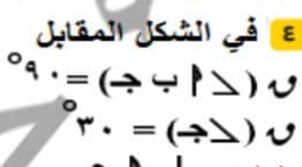
، ق (∠ أ ب جـ) = ٩٠°

، ق (∠ أ جـ ب) = ٣٠°

اثبت أن أ ب = س ص

٤ في الشكل المقابل





ق (∠ أ ب جـ) = ٩٠°

ق (∠ جـ) = ٣٠°

، ب ء ⊥ أ جـ

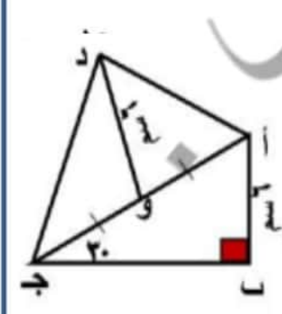
أ ء = ٣ سم

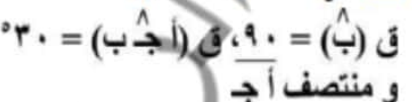
أ ء = $\frac{1}{3}$ أ جـ

احسب طول أ ب ، ء جـ



٥ في الشكل المقابل





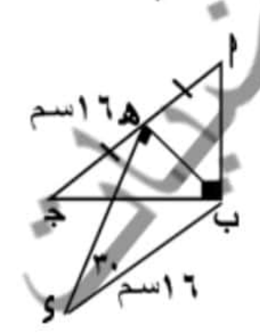
ق (ب̂) = ٩٠° ، ق (أ جـ̂ ب) = ٣٠°

و منتصف أ جـ

، أ ب = د و = ٦ سم

اثبت أن: ق (د̂) = ٩٠°

٦ في الشكل المقابل



هـ منتصف $\overline{أ جـ}$ ،

، ق (ب هـ̂ ء) = ٩٠°

، ق (ء̂) = ٣٠°

، ب ء = أ جـ = ١٦ سم

اوجد طول $\overline{ب هـ}$

اثبت أن : ق (أ ب̂ جـ) = ٩٠°

(تقييم تراكمي علي متوسطات المثلث)

السؤال الأول : أكمل ما يأتي :

① .... هو القطعة المستقيمة الواصلة بين أى رأس من رءوس المثلث إلي منتصف الضلع المقابل لهذه الرأس

② متوسطات المثلث تتقاطع جميعا في .... عدد متوسطات المثلث القائم الزاوية = ...

③ طول وتر المثلث القائم الزاوية يساوي ضعف طول .... الخارج من رأس ....

④ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلا منها بنسبة .... : .... من جهة الرأس

⑤ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلا منها بنسبة ٢ : .... من جهة القاعدة

⑥ $\triangle$ أ ب جـ قائم الزاوية في ب فيه أ ب = $\frac{1}{2}$ أ جـ فيكون ق(∠أ) = ... °

⑦ النقطه التي تقسم متوسط المثلث بنسبة ١ : ٢ من جهة القاعدة هي ....

⑧ إذا كان أ ء متوسط فى $\triangle$ أ ب جـ ، م نقطة تقاطع متوسطات المثلث ، أ ء = ١٢ سم فإن م ء = ...سم

⑨ إذا كان أ ء متوسط فى $\triangle$ أ ب جـ ، م نقطة تقاطع متوسطات المثلث ، م ء = ٤ سم فإن أ م = ...سم

⑩ إذا كان أ ء متوسط فى $\triangle$ أ ب جـ ، م نقطة تقاطع متوسطات المثلث ، أ م = ٦ سم فإن أ ء = ...سم

⑪ فى المثلث القائم طول المتوسط الخارج من رأس القائمة يساوي ....

⑫ إذا كان طول متوسط المثلث المرسوم من أحد رءوسه يساوى نصف طول الضلع المقابل لهذا الرأس فإن زاوية هذا الرأس تكون ....

⑬ فى المثلث القائم الزاوية طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠° يساوي ....

⑭ طول الوتر فى المثلث القائم الزاوية يساوي .... طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠°

⑮ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب ، ق(جـ^) = ٣٠° ، أ جـ = ١٢ سم فإن طول أ ب = ... سم

السؤال الثاني : اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

① طول الضلع المقابل للزاوية التي قياسها ٣٠° في المثلث القائم الزاوية يساوي .... طول الوتر (ربع ، ثلث ، نصف ، ضعف)

② طول وتر المثلث القائم يساوي .... طول المتوسط الخارج من رأس القائمة. (نصف ، ضعف ، ثلث ، ربع)

③ $\triangle$ أ ب جـ قائم الزاوية في ب ، ق(∠أ) = ٦٠° ، أ ب = ٢سم فإن: أ جـ = ... سم (٤ ، ٨ ، ٦ ، ٢)

④ $\triangle$ أ ب جـ فيه أ ء متوسط ، م نقطة تقاطع متوسطات المثلث أ ب جـ فإن : أ م = ... م ء (نصف ، ضعف ، ثلث ، ربع)

⑤ $\triangle$ أ ب جـ قائم الزاوية في ب فيه أ ب = $\frac{1}{2}$ أ جـ فيكون ق(∠أ) = ... (٣٠° ، ٦٠° ، ٨٠° ، ٩٠°)

السؤال الثالث: في الشكل المقابل أكمل :

① ب و = ... سم
م جـ = ... سم
م هـ = ... سم

② م أ = ... سم
م د = ... سم
م جـ = ... جـ د

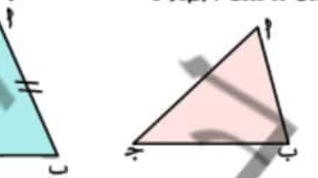
③ ب ء = ... سم
أ ب = ... سم
ب م = ... سم

④ ب ء = ... سم
ق(∠ب أ ء) = ...
جـ و = ...

الدرس (3) المثلث المتساوي الساقين

علمت أن المثلثات تصنف حسب أطوال أضلاعها إلى ثلاثة أنواع

مثلث مختلف الأضلاع — مثلث متساوى الساقين — مثلث متساوى الأضلاع



أب ≠ ب جـ ≠ أجـ — أب = أجـ — أب = ب جـ = أجـ

يمكن تصنيف المثلث بالنسبة لقياسات زواياه إلي :

1. مثلث حاد الزوايا و يكون فيه جميع زواياه حادة
2. مثلث قائم الزاوية و يكون فيه إحدى زواياه قائمة
3. مثلث منفرج الزاوية و يكون فيه إحدى زواياه منفرجة

المثلث المتساوى الساقين :

سمى مثلث متساوى الساقين لأن فيه ضلعان متطابقان (متساويان فى الطول)

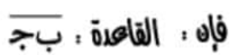
فمثلاً : فى الشكل المقابل:

إذا كان Δ أ ب جـ مثلث متساوي الساقين فإن

1. أ ب = أ جـ فإن : الساقين : أب ، أجـ
2. (∠ب) ،(∠جـ) زاويتا قاعدة المثلث

فإن : القاعدة : ب جـ

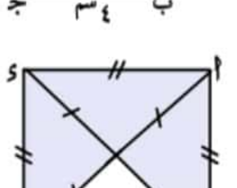
3. (∠أ) زاوية رأس المثلث

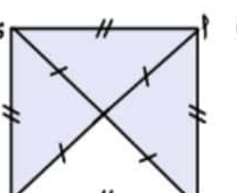


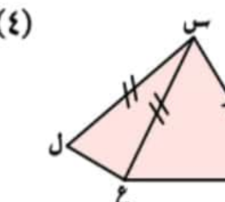


1 في كل شكل من الأشكال الآتية حدد زاويتي القاعدة وزاوية الرأس:

(1) (2)







(3) (4)

ملاحظات على ما سبق :

1. كل من زاويتا القاعدة فى المثلث المتساوى الساقين حادة
2. زاوية الرأس فى المثلث المتساوى الساقين من الممكن أن تكون حادة أو قائمة أو منفرجة
3. قد يكون المثلث المتساوى الساقين منفرج الزاوية أو قائم الزاوية أو حاد الزوايا

نظرية : (1)

زاويتا القاعدة فى المثلث المتساوى الساقين متطابقتان

المعطيات: Δ أ ب جـ فيه أ ب ≡ أ جـ

المطلوب : إثبات أن : ∠ ب ≡ ∠ جـ

العمل: نرسم أ ء ⊥ ب جـ

البرهان: ∵ ΔΔ أءب ، أءجـ قائما الزاوية فيهما

فيهما:
- ق(∠أءب) = ق(∠أءجـ) = 90°
- أب ≡ أجـ معطى
- أء ضلع مشترك

∴ Δ أءب ≡ أءجـ

وينتج من التطابق أن ∠ب ≡ ∠جـ

نتيجة : المثلث متساوي الأضلاع زواياه الثلاثة متطابقة و قياس كل منها 60°

فى الشكل المقابل :

أب جـ مثلث فيه : أب = ب جـ = أجـ

∴ ق(∠أ) = ق(∠ب)

= ق(∠جـ) = 60°





تذكر أن قياس أى زاوية خارجة للمثلث تساوى مجموع قياسى الزاويتين الداخلتين عدا المجاورة لها

قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوى الأضلاع = ..

2 فى الشكل المقابل اوجد قيمة س



(1) س = 50° (2) س = ... (3) س = ...

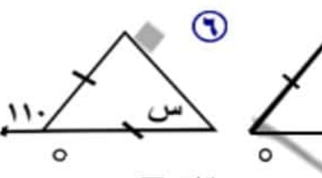
(4) س = ... (5) س = ... (6) س = ...

3 فى الشكل المقابل

ق(∠ء جـ أ) = 30°

أب = أ جـ ، جـ ء // أب

أوجد قياسات زوايا Δ أب جـ



البرهان

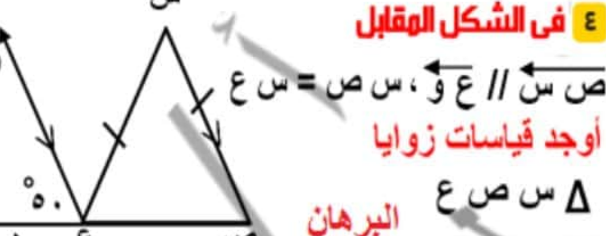
∵ جـ ء // أ ب

∴ ق(∠أ) = ق(∠أجـ ء) = 30° بالتبادل

∵ أ ب = أ جـ ∴ ق(∠ب) = ق(∠أجـ ب)

$= \frac{180 - 30}{2} = 75°$

٤ فى الشكل المقابل

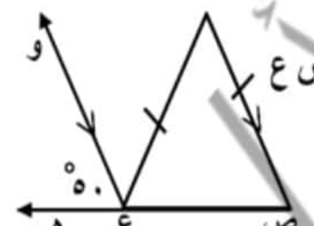


ص س ⟵ // ع و ⟵ ، س ص = س ع

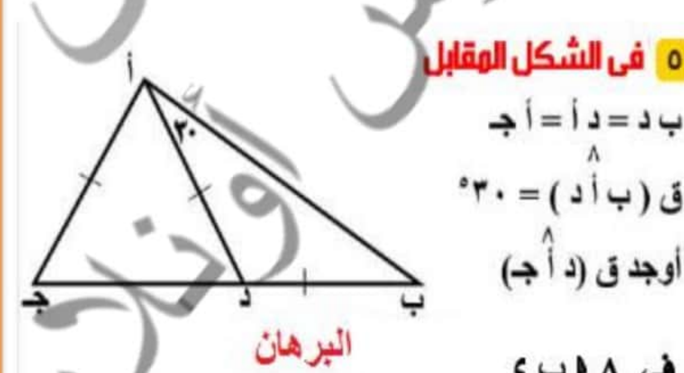
أوجد قياسات زوايا

Δ س ص ع

البرهان



٥ فى الشكل المقابل

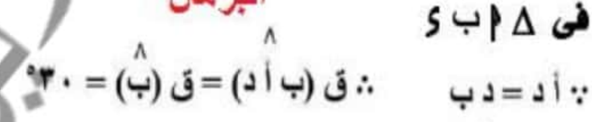


ب د = د أ = أ جـ

ق (ب أ̂ د) = ٣٠°

أوجد ق (د أ̂ جـ)

البرهان



فى Δ أ ب د

∵ أ د = د ب   ∴ ق (ب أ̂ د) = ق (ب̂) = ٣٠°

∴ ق (أ د̂ ب) = ١٨٠ ـ (٣٠ + ٣٠) = ١٢٠°

∵ ق (ب د̂ جـ) = ١٨٠ زاوية مستقيمة

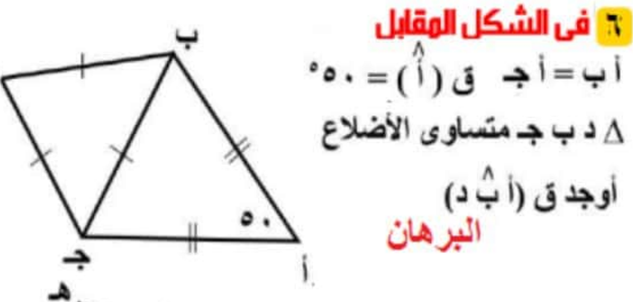
∴ ق (أ د̂ جـ) = ١٨٠ ـ ١٢٠ = ٦٠°

فى Δ أ د جـ

∵ أ د = أ جـ   ∴ ق (أ جـ̂ د) = ق(أ د̂ جـ) = ٦٠°

∴ ق (د أ̂ جـ) = ١٨٠ ـ (٦٠ + ٦٠) = ٦٠°

٦ فى الشكل المقابل



أ ب = أ جـ   ق (أ̂) = ٥٠°

Δ د ب جـ متساوى الأضلاع

أوجد ق (أ ب̂ د)

البرهان

٧ فى الشكل المقابل



هـ ب = هـ جـ = ب جـ

د هـ = د ب ، ق(د هـ̂ جـ) = ١١٠°

أوجد ق (د̂)

البرهان

(الواجب المنزلي)

١ فى كل من الأشكال الآتية أوجد قيمة الرمز المستخدم فى قياس الزاوية :

(أ)   (ب)

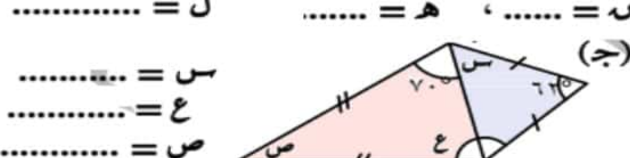


م = ...

ل = ...

ن = ... ، هـ = ...

(جـ)

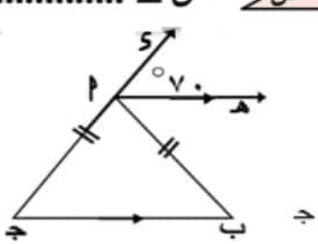


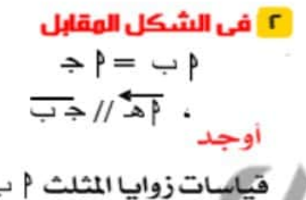
س = ...

ع = ...

ص = ...

٢ فى الشكل المقابل





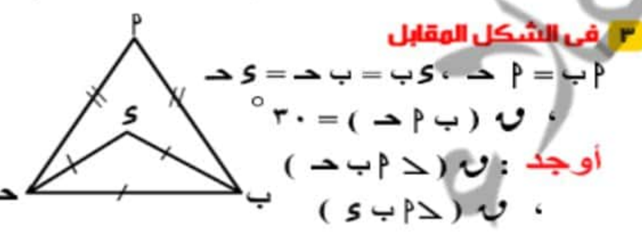
أ ب = أ جـ

، أ هـ ⟵ // جـ ب

أوجد

قياسات زوايا المثلث أ ب جـ

٣ فى الشكل المقابل



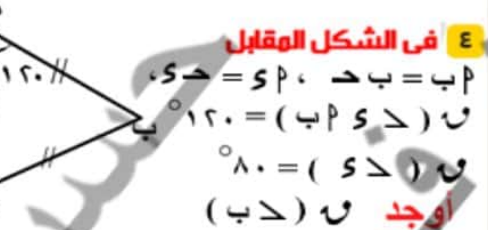
أ ب = أ حـ ، د ب = ب حـ = د حـ

، ق (ب أ حـ) = ٣٠°

أوجد : ق (∠ أ ب حـ)

، ق (∠ أ ب د)

٤ فى الشكل المقابل



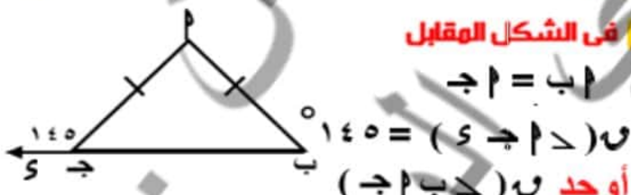
أ ب = ب حـ ، أ د = حـ د ،

ق (∠ د أ ب) = ١٢٠°

ق (∠ د) = ٨٠°

أوجد ق (∠ ب)

٥ فى الشكل المقابل

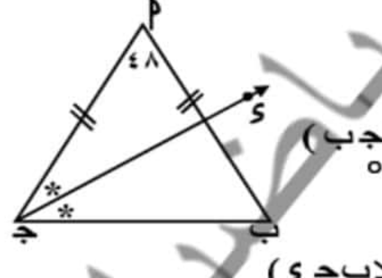


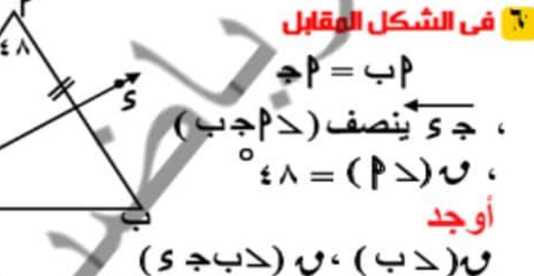
أ ب = أ جـ

ق(∠ أ جـ د) = ١٤٥°

أوجد ق (∠ ب أ جـ)

٦ فى الشكل المقابل





أ ب = أ جـ

، جـ د ⟵ ينصف (∠ أ جـ ب)

، ق (∠ أ) = ٤٨°

أوجد

ق(∠ ب) ، ق (∠ ب جـ د)

٧ فى الشكل المقابل



أ ب = أ جـ

ق(∠ ب) = (٢س + ١٣)°

ق(∠ جـ) = (٣س − ١٧)°

أوجد : قياسات زوايا Δ أ ب جـ

الدرس (4) عكس نظرية المثلث المتساوي الساقين

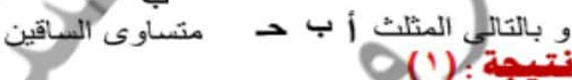
عكس النظرية :

إذا تطابقت زاويتان فى مثلث فأن الضلعين المقابلين لهاتين الزاويتين يكونان متطابقين ويكون المثلث متساوي الساقين

إذا كان أ ب جـ مثلث فيه

ق (ب̂) = ق (جـ̂)

فإن أ ب = أ جـ



و بالتالي المثلث أ ب حـ متساوى الساقين

نتيجة : (١)

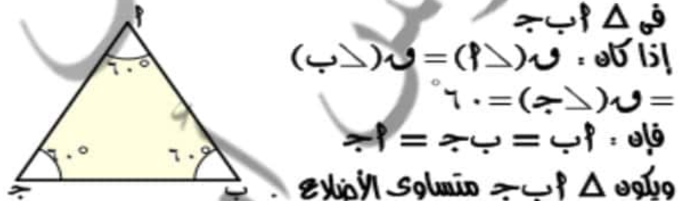
إذا تطابقت زوايا مثلث فإنه يكون متساوى الأضلاع

فى Δ أ ب جـ

إذا كان : ق(∠أ) = ق(∠ب) = ق(∠جـ) = ٦٠°

فإن : أ ب = ب جـ = أ جـ

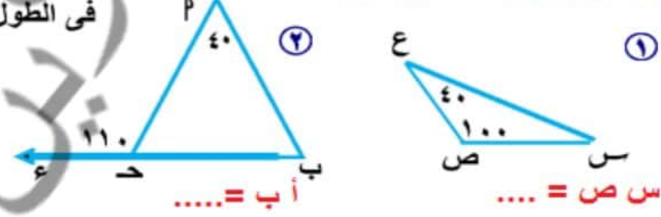
ويكون Δ أ ب جـ متساوى الأضلاع

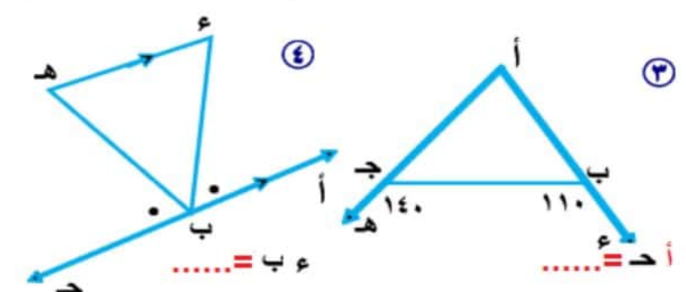


نتيجة : (٢) المثلث المتساوى الساقين الذى قياس إحدى زواياه ٦٠° يكون متساوى الأضلاع



١ فى كل من الأشكال التالية أكتب أضلاع المثلث المتساويين فى الطول





٢ فى الشكل المقابل

ق (أ̂) = ٨٠°

ق (أ جـ̂ ء) = ١٣٠°

أثبت ان : Δ أ ب جـ متساوى الساقين

البرهان

∵ (أ جـ̂ ء) خارجة عن Δ أ ب جـ

∴ ق (أ جـ̂ ء) = ق (أ̂) + ق (ب̂)

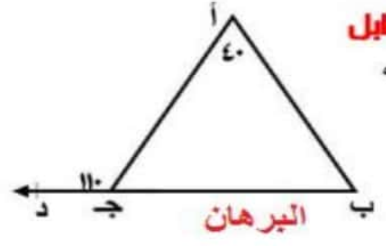
∴ ق (ب̂) = ١٣٠ − ٨٠ = ٥٠°

∴ ق (أ جـ̂ ب) = ١٨٠ − ١٣٠ = ٥٠°

∴ ق (ب̂) = ق (أ جـ̂ ب) ∴ أ ب = أ جـ

∴ Δ أ ب جـ متساوى الساقين

٣ فى الشكل المقابل



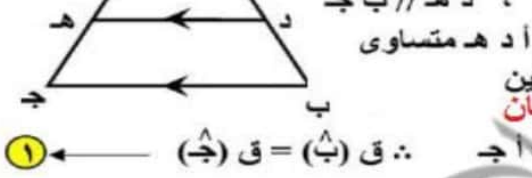
ق (أ جـ̂ د) = ١١٠°

ق (أ̂) = ٤٠°

اثبت أن Δ أ ب جـ متساوى الساقين

البرهان

٤ فى الشكل المقابل



أ ب = أ جـ ، د هـ // ب جـ

اثبت أن Δ أ د هـ متساوى الساقين

البرهان

∵ أ ب = أ جـ ∴ ق (ب̂) = ق (جـ̂) ← ①

∵ د هـ // ب جـ

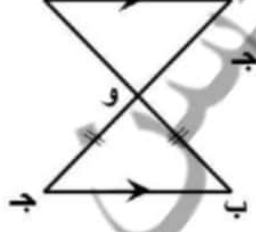
∴ ق (ب̂) = ق (أ د̂ هـ) بالتناظر ← ②

∴ ق (جـ̂) = ق (أ هـ̂ د) بالتناظر ← ③

من ١ و ٢ و ٣ ينتج أن ق (أ د̂ هـ) = ق (أ هـ̂ د)

∴ Δ أ د هـ متساوى الساقين

٥ فى الشكل المقابل



هـ د // ب جـ و ب = و جـ

اثبت أن: و هـ = و د

البرهان

٦ فى الشكل المقابل



أ ب = أ جـ

ب د ينصف ∠ أ ب جـ

جـ د ينصف ∠ أ جـ ب

اثبت أن Δ د ب جـ متساوى الساقين

البرهان

∵ أ ب = أ جـ ∴ ق (ب̂) = ق (جـ̂)

∵ ب د ينصف أ ب جـ ، جـ د ينصف ∠ أ جـ ب

∴ $\frac{1}{2}$ ق (ب̂) = $\frac{1}{2}$ ق (جـ̂) ∴ ق (د ب̂ جـ) = ق (د جـ̂ ب)

∴ د ب = د جـ ∴ Δ د ب جـ متساوى الساقين

٧ فى الشكل المقابل

أ ب = أ جـ ، ب ء = هـ جـ

إثبت أن Δ أ ء هـ متساوى الساقين

البرهان

∵ Δ أ ب ء ، Δ أ هـ جـ

فيهما { أ ب = أ جـ ، ب ء = هـ جـ ، ق(ب̂) = ق (جـ̂) [لان أ ب =]

∴ Δ أ ب ء ≡

ومن التطابق ينتج أن =

٨ فى الشكل المقابل

أ ب جـ Δ متساوى الأضلاع

ق (و̂) = ٣٠°

اثبت أن Δ د جـ و متساوى الساقين

البرهان

∵ أ ب جـ Δ متساوى الأضلاع

∴ ق (أ جـ̂ ب) = ٦٠° وهى خارجة عن Δ د جـ و

∵ ق (أ جـ̂ ب) الخارجة = ق (د̂) + ق (و̂)

∴ ق (د̂) = ٦٠ ـ ٣٠ = ٣٠°

∴ ق (د̂) = ق (و̂) ∴ Δ د جـ و متساوى الساقين

٩ فى الشكل المقابل

ءهـ // ب جـ ، أء = أهـ

برهن أن : أب = أجـ

١٠ فى الشكل المقابل

أب جـ مثلث فيه

ق(∠ب) = ق(∠جـ)

أوجد محيط المثلث



(الواجب المنزلي)

١ أكمل ما يأتي :

١) إذا تطابقت زوايا مثلث فإنه يكون .... الأضلاع

٢) Δس ص ع متساوى الساقين فيه ق(∠س)=١٠٠°

فإن ق(∠ص)= ......

٣) إذا كان قياسا زاويتين فى مثلث هما ٥٠° ، ٨٠° فإن المثلث يكون ....

٤) قياس الزاوية الخارجة في المثلث المتساوي الأضلاع تساوي ....

٥) المثلث المتساوي الساقين الذي قياس إحدى زواياه ٦٠° يكون ....

٦) مثلث أب جـ فيه أب = أجـ ، ق(∠ب)=٥٠° فإن : ق(∠أ) = ...

٧) إذا كان قياس زاوية رأس مثلث متساوى الساقين ٨٠°

فإن قياس كل زاوية من زاويتى قاعدته = ...

٨) المثلث القائم الزاوية التى قياس أحدى زواياه ....

يكون متساوى الساقين

٩) مثلث أ ب جـ فيه أ ب = أ جـ ق (∠ أ) = ٦٠°

فإذا كان محيطه = ١٨ سم فإن ب جـ = ... سم

٢ فى الشكل المقابل :

أ ب = أ جـ

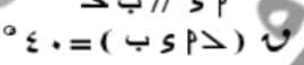
ق (∠ أ جـ ء) = ١٢٠°

إثبت ان

Δ أ ب جـ متساوى الاضلاع

٣ فى الشكل المقابل :





أثبت أن Δ ء ب جـ متساوى الساقين

٤ فى الشكل المقابل :

س ص // أ جـ

ق (∠أ ب س) = ٦٢°

ق (∠ جـ) = ٥٦°

أثبت أن : أ جـ = ب جـ

٥ فى الشكل المقابل :

س ص // ب جـ

ب ص ينصف ∠ أ ب جـ

إثبت أن

Δ س ب ص متساوى الساقين

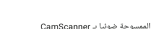
٦ فى الشكل المقابل :

أب = أجـ ، ب ء = جـ هـ

إثبت أن

Δأ ء هـ متساوى الساقين





الدرس (5) نتائج علي نظريات المثلث المتساوي الساقين

نتيجة :(١)

متوسط المثلث المتساوى الساقين المرسوم من الرأس ينصف زاوية الرأس ويكون عمودياً على القاعدة

في الشكل المقابل

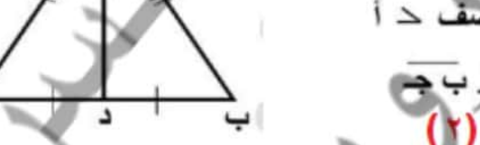
∵ أد متوسط

∴ أد ينصف ∠ أ

، أد ⊥ ب جـ

نتيجة : (٢)

منصف زاوية الرأس فى المثلث المتساوى الساقين ينصف القاعدة ويكون عمودياً عليها



في الشكل المقابل

∵ أد ينصف ∠ أ

∴ أد ينصف ب جـ

، أد ⊥ ب جـ

نتيجة : (٣)

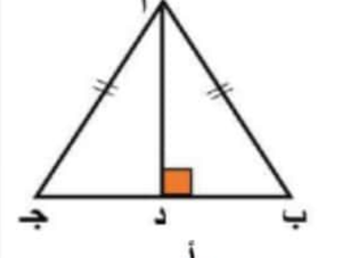
المستقيم المرسوم من رأس المثلث لمتساوى الساقين عمودياً على القاعدة ينصف كلاً من القاعدة وزاوية الرأس

في الشكل المقابل

∵ أد ⊥ ب جـ

∴ أد ينصف ب جـ

، أد ينصف ∠ أ



١ في الشكل المقابل:

أ ب = أ جـ ، ق(ب أ ء) = ٢٥

أ ء ⊥ ب جـ ، ب جـ = ٦سم

أوجد : (١) طول ء جـ

(٢) ق (أ جـ ب)

البرهان

∵ ا ب = أ جـ ، أ ء ⊥ ب جـ

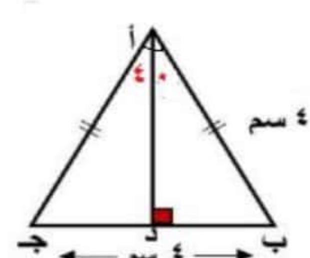
∴ أ ء متوسط ∴ ب ء = ء جـ = ٣ سم

، أ ء ينصف (ب أ جـ)

∴ ق (ب أ ء) = ق (جـ أ ء) = ٢٥

∵ مجموع قياسات زوايا △ أ ء جـ = ١٨٠

∴ ق (جـ) = ١٨٠° ـ [٩٠° + ٢٥] = ٦٥



٢ في الشكل المقابل:

أ ب = أ جـ ، أ د ⊥ ب جـ

ق(ب أ جـ) = ٤٠° ب جـ = ٤ سم

أوجد: ١) طول ء جـ

٢) ق (د أ جـ)

البرهان

٣ في الشكل المقابل:

م ب = م جـ ، م ء ⊥ ب جـ

ق(∠ب م ء) = ٣٠°

ب جـ = ١٠ سم

اثبت أن △ م ب جـ متساوي الاضلاع

أوجد ① طول م ء ، ب ء ② مساحة △ م ب جـ

البرهان

∵ م ب = م جـ ، م ء ⊥ ب جـ ∴ م ء ينصف (∠ م)

∴ ق (∠ء م جـ) = ق (∠ب م ء) = ٣٠°

∴ ق (∠ب م جـ) = ٦٠° ∴ △ م ب جـ متساوي الاضلاع

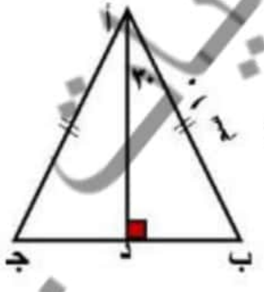
∵ ء منتصف ب جـ ∴ ب ء = ٥ سم

∵ △ م ب ء قائم الزاوية في ء من فيثاغورث

∵ $(م ء)^2 = (م ب)^2 - (ب ء)^2$ م ء $= \sqrt{٧٥} = ٥\sqrt{٣}$ سم

∵ مساحة △ م ب جـ $= \frac{١}{٢}$ طول القاعدة × الإرتفاع

$= \frac{١}{٢} \times ١٠ \times ٥\sqrt{٣} = ٢٥\sqrt{٣}$ سم²



٤ في الشكل المقابل:

أ ب = أ جـ ، أ د ⊥ ب جـ

ق (ب أ د) = ٣٠° أ ب = ١٠ سم

أوجد: ① طول ب جـ

② مساحة △ أ ب جـ

البرهان

أولاً : محور التماثل للمثلث المتساوى الساقين :

هو المستقيم المرسوم من رأسه عمودياً على القاعدة

في الشكل المقابل :

$\triangle$ أ ب جـ فيه أ ب = أ جـ

∵ أ د ⊥ ب جـ

فإن : أ د هو محور تماثل

$\triangle$ أ ب جـ المتساوي الساقين

ثانياً : محور تماثل القطعة المستقيمة :



هو المستقيم العمودى عليها من منتصفها

المستقيم ل ⊥ أ ب فإن المستقيم ل هو محور أ ب

① أي نقطة على محور تماثل القطعة المستقيمة تكون على بعدين متساويين من طرفيها

② أي نقطة على بعدين متساويين من طرفي قطعة مستقيمة تقع على محور تماثل القطعة المستقيمة

③ عدد محاور تماثل المثلث

- المتساوي الساقين ← ١
- المتساوي الأضلاع ← ٣
- المختلف الأضلاع ← صفر

④
- المربع له ٤
- المستطيل له ٢
- متوازى الأضلاع له صفر

⑤ شبه المنحرف المتساوى الساقين له محور تماثل واحد

٥ في الشكل المقابل :

أ ب = أ جـ ، أ هـ ينصف ∠ أ

اثبت أن:

١) ب هـ = $\frac{1}{2}$ ب جـ

٢) د ب = د جـ

البرهان

∵ أ ب = أ جـ ، أ هـ ينصف ∠ أ

∴ أ هـ ⊥ ب جـ ، أ هـ ينصف ب جـ

∴ ب هـ = $\frac{1}{2}$ ب جـ (المطلوب الأول)

∵ أ هـ ⊥ ب جـ من منتصفها

∴ أ هـ محور تماثل ب جـ

∵ د ∈ أ هـ ∴ د ب = د جـ

(الواجب المنزلي)

١ أكمل ما يأتي:

① في المثلث أ ب جـ إذا كان ق(∠ أ) = ق(∠ ب) = ٦٠°

فإن عدد محاور تماثل المثلث أ ب جـ = ...

② في المثلث أ ب جـ إذا كان ق(∠ أ) = ق(∠ ب) ≠ ٦٠°

فإن عدد محاور تماثل المثلث أ ب جـ = ...

③ في المثلث أ ب جـ إذا كان أ ب = أ جـ ، ق(∠ أ) = ٦٠°

فإن عدد محاور تماثل المثلث أ ب جـ = ...

④ إذا كان أحدى زوايا مثلث قائم ٤٥°

فإن عدد محاور تماثل المثلث = ...

⑤ إذا كان في المثلث أ ب جـ له محور تماثل واحد

وفيه ق(∠ أ ب جـ) = ١٢٠ فإن ق(∠ أ) = ...

٢ في الشكل المقابل :

أ جـ ∩ ب د = {م}

أ د // ب جـ ، م ب = م جـ

أثبت أن :

(١) $\triangle$ أ م د متساوى الساقين

(٢) محور تماثل $\triangle$ أ م د هو نفسه محور تماثل $\triangle$ ب م جـ

٣ في الشكل المقابل :

أ د = أ ب ، د جـ = ب جـ

أثبت أن :

(١) أ جـ محور ب د (٢) أ م ⊥ ب م

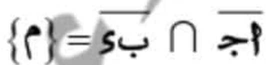
٤ في الشكل المقابل :

مثلث س ص ع ، م نقطة داخله بحيث

ق(∠ س ص م) = ق(∠ س ع م)

، س ص = س ع

أثبت أن : س م محور ص ع



٥ في الشكل المقابل :

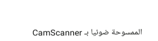


أ ب = أ جـ ، أ د ⊥ ب جـ

أ ب = ١٣ سم ، ب د = ٥ سم

أوجد: ١) طول ب جـ

٢) مساحة $\triangle$ أ ب جـ



(تقييم تراكمي علي المثلث المتساوي الساقين)

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

① عدد محاور تماثل المثلث المختلف الأضلاع يساوي .... (٣ ، ٢ ، ١ ، صفر)

② إذا كانت جـ ∈ محور تماثل $\overline{أب}$ فإن : أجـ .... ب جـ (// ، ⊥ ، = ، ≡)

③ عدد محاور تماثل المثلث المتساوي الساقين .... (صفر ، ١ ، ٢ ، ٣)

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي :

① زاويتا القاعدة في المثلث المتساوي الساقين ....

② المثلث متساوي الأضلاع زواياه الثلاثة .... و قياس كل منها ....°

③ إذا كان قياس إحدى زاويتي قاعدة مثلث متساوي الساقين ٥٠° فإن قياس زاوية رأسه ....°

④ إذا وجدت زاوية في المثلث المتساوي الساقين = ٦٠° كان المثلث ....

⑤ قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوي الأضلاع تساوي.........°

⑥ مثلث متساوي الساقين قياس زاوية رأسه ٧٠° فإن قياس زاوية القاعدة تساوي........°

⑦ في المثلث القائم الزاوية والمتساوي الساقين تكون قياسات زواياه ٩٠° ، ......° ، ....°

⑧ إذا كان: أ ب جـ مثلثا قائم الزاوية في أ، أ ب = أ جـ فإن : ق(∠ب) = ...°

⑨ إذا كان أ ب جـ △ فيه : ق(∠أ) = ٥٠° ، ق(∠ب) = ٨٠° كان المثلث ....

⑩ إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث قائم الزاوية ٤٥° كان المثلث ....

⑪ مثلث أ ب جـ فيه أ ب = أ جـ ، ق(∠أ) = ٦٠° فإذا كان محيطه = ١٨سم فإن ب جـ = ...سم

⑫ إذا تطابقت زاويتان في مثلث فأن الضلعين المقابلين لهاتين الزاويتين يكونان .... ويكون المثلث ....

⑬ إذا تطابقت زوايا مثلث فإنه يكون .... ⑲ أي نقطة على محور تماثل القطعة المستقيمة تكون ....

⑭ متوسط المثلث المتساوي الساقين المرسوم من زاوية الرأس .... ، .... ㉒ في الشكل المقابل س = ...

⑮ منصف زاوية الرأس في المثلث المتساوي الساقين .... ، ....

⑯ المستقيم المرسوم من رأس المثلث المتساوي الساقين عموديا على القاعدة .... ، ....

⑰ محور التماثل للمثلث المتساوي الساقين هو .... ، محور التماثل القطعة المستقيمة هو ....

⑱ عدد محاور التماثل للمثلث المتساوي الساقين = ... ، عدد محاور التماثل للمثلث المتساوي الاضلاع = ...

⑳ إذا كانت جـ تنتمي إلى محور تماثل القطعة $\overline{أب}$ فإن .... = ...

㉑ مثلث متساوي الساقين قياس إحدى زواياه ٦٠° فإن عدد محاور تماثله............

السؤال الثالث :

(أ) في الشكل المقابل :

أب = جب ، أد = جد

برهن أن :

① $\overleftarrow{بد}$ ينصف ∠أدجـ

② و د ينصف ∠أبجـ

(ب) في الشكل المقابل :

$\overline{ده}$ // $\overline{بجـ}$ ،

أد = أهـ

برهن أن : أب = أجـ

(إختبار على الوحدة الرابعة)

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

(١) فى المثلث أ ب جـ القائم الزاوية فى ب ، إذا كان أ جـ = ٢٠ سم ، فإن طول المتوسط المرسوم من ب = ... سم

(١٠ ، ٨ ، ٦ ، ٥)

(٢) المثلث الذى فيه قياسا زاويتين ٤٢° ، ٦٩° يكون ....

(متساوى الساقين ، متساوى الأضلاع ، مختلف الأضلاع ، قائم الزاوية)

(٣) المثلث الذى له ثلاثة محاور تماثل هو المثلث .... (متساوى الساقين ، مختلف الأضلاع ، قائم الزاوية)

(٤) Δ س ص ع متساوى الساقين فيه ق(∠س) = ١٠٠° فإن ق(∠ص) = ...

(١٠٠° ، ٨٠° ، ٦٠° ، ٤٠°)

(٥) طول متوسط المثلث القائم الخارج من رأس الزاوية القائمة يساوى ..... الوتر

(ثلث ، ربع ، نصف ، ضعف)

(٦) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب إذا كان ق(∠جـ) = ٣٠° فإن أ جـ .... أ ب

(نصف ، يساوي ، ضعف ، ثلث)

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي :

(١) إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث قائم الزاوية ٤٥° كان المثلث ....

(٢) قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوى الأضلاع = ...

(٣) طول الضلع المقابل لزاوية قياسها ٣٠° فى المثلث القائم الزاوية تساوى ....

(٤) محور تماثل القطعة المستقيمة هو المستقيم .... من منتصفها

(٥) إذا كان قياس زاوية رأس مثلث متساوى الساقين ٨٠° فإن قياس كل زاوية من زاويتى قاعدته = ...

(٦) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلا منها بنسبة ٢ : .... من جهة القاعدة

(٧) في Δ أ ب جـ إذا كان ق ($\hat{أ}$) = ٣٠° ، ق ($\hat{ب}$) = ٩٠° فإن ب جـ = ... أ جـ

(٨) متوسطات المثلث تتقاطع جميعا في ....

(٩) زاويتا القاعدة في المثلث المتساوى الساقين ....

(١٠) منصف زاوية الرأس في المثلث المتساوى الساقين يكون .... ، ....

(١١) إذا كانت أ ∈ محور تماثل ب جـ فإن أ ب .... أ جـ

(١٢) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب فيه أ ب = ٦سم ، ب جـ = ٨ سم فإن طول المتوسط المرسوم من ب = ... سم

السؤال الثالث :

(١) فى الشكل المقابل :

س ع = س ص ، ق(∠ل) = ٥٥° ، ق(∠س) = ٧٠°

أثبت أن : م ل = م ع

(٢) فى الشكل المقابل :

أ ب = أ جـ ، د ∈ $\overrightarrow{أب}$ ، هـ ∈ $\overrightarrow{أجـ}$ ، ب و ينصف ∠د ب جـ ، جـ و ينصف ∠ب جـ هـ اثبت ان :

أولاً : Δ ب و جـ متساوى الساقين

ثانياً : $\overleftrightarrow{أو}$ محور تماثل $\overline{بجـ}$

الوحدة الخامسة — الدرس (1)

التباين

خواص علاقة التباين

لأى ثلاثة أعداد أ ، ب ، جـ

إذا كان : أ < ب فإن

١) أ + جـ < ب + جـ ٢) أ − جـ < ب − جـ

٣) أ جـ < جـ ب حيث جـ عدد موجبا

٤) أ جـ > جـ ب حيث جـ عدد سالبا

٥) إذا كان : أ < ب ، ب < جـ فإن : أ < جـ

٦) إذا كان : أ < ب ، جـ < ء فإن أ + جـ < ب + ء

٧) إذا كان : أ < ب فإن −أ > −ب

٨) إذا كان : أ < ب فإن $\frac{1}{أ}$ > $\frac{1}{ب}$

خاصية هامة :

قياس الزاوية الخارجة عند أى رأس من رءوس المثلث أكبر من قياس أى زاوية داخلة للمثلث ما عدا المجاورة لها

١ في الشكل المقابل :

ءهـ // ب جـ

ق (∠ب) < ق (∠جـ)

اثبت أن

ق (∠أءهـ) < ق (∠أ هـ ء)

البرهان ∵ ءهـ // ب جـ

∴ ق (∠ب) = ق (∠أءهـ) بالتناظر

∴ ق (∠جـ) = ق (∠أ هـ ء) بالتناظر

∵ ق (∠ب) < ق (∠جـ)

∴ ق (∠أءهـ) < ق (∠أ هـ ء)

٢ في الشكل المقابل :

ب و // جـ هـ

ق(∠أب جـ) > ق(∠ب جـ ء)

أثبت أن :

ق(∠أ ب و) > ق(∠هـ جـ ء)

البرهان

(الواجب المنزلي)

١ في الشكل المقابل :

ق (∠ أ ب جـ) > ق (∠ أ جـ ب)

م جـ = ب م

اثبت أن

ق (∠ أ ب م) > ق (∠ أ جـ م)

٢ في الشكل المقابل :

ق (∠ أ ء ب) > ق (∠ أ ب ء)

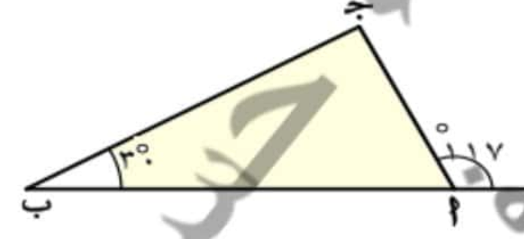
ق (∠ ء ب جـ) > ق (∠ ب ء جـ)

اثبت أن

ق (∠ أ ب جـ) > ق (∠ أ ء جـ)

٣ في الشكل المقابل :

رتب قياسات زوايا المثلث تصاعديا و تنازليا



ق(∠......) < ق(∠......) < ق(∠......)

ق(∠......) > ق(∠......) > ق(∠......)

٤ في الشكل المقابل :

أء = أجـ ق (∠ ب أ جـ) = ٩٠°

ق (∠أجب) > ق(∠أب جـ)

اثبت أن

(∠ء جـ ب) منفرجة

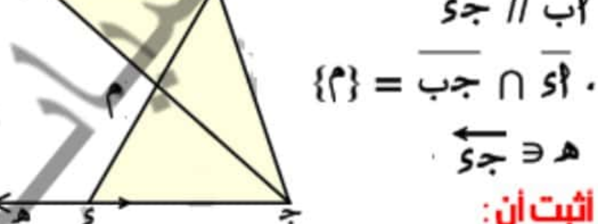
٥ في الشكل المقابل :

أب // جـ ء

أء ∩ جـ ب = {م}

هـ ∈ جـ ء

أثبت أن :



(١) ق(∠أجـ ء) > ق(∠أب جـ)

(٢) ق(∠أءهـ) > ق(∠أب جـ)

الدرس (2) المقارنة بين قياسات الزوايا في المثلث

نظرية :

إذا أختلف طولا ضلعين فى مثلث فأ كبرهما فى الطول يقابله زاوية أكبر فى القياس من قياس الزاوية المقابلة للآخر

فى الشكل المقابل :

إذا كان Δ م ب جـ **فيه** م ب > م جـ فإن : ب

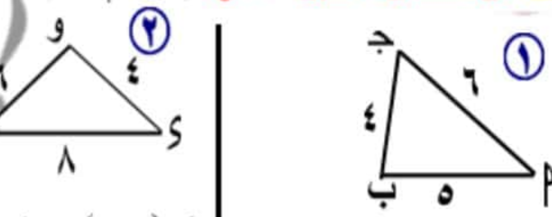
ق (جـ^) > ق (ب^)

نتائج هامة ١) أكبر أضلاع المثلث طولاً يقابل أكبر زوايا المثلث فى القياس

٢) أصغر أضلاع المثلث طولاً يقابل أصغر زوايا المثلث فى القياس

٣) الوتر هو أكبر أضلاع المثلث القائم

١ فى الشكل المقابل : أكمل باستخدام الأطوال الموضحة :



(١)	
ق(∠ب) > ق(∠م)	
ق(∠ب)	ق(∠جـ)
ق(∠م)	ق(∠جـ)

(٢)	
ق(∠و)	ق(∠د)
ق(∠هـ)	ق(∠و)
ق(∠هـ)	ق(∠د)

٢ م ب جـ Δ **فيه** م ب = ٥ سم، م جـ = ٨ سم

ب جـ = ٤ سم رتب قياسات زوايا Δ م ب جـ تصاعديا

∵ ب جـ < م ب < م جـ

∴ ...... < ...... < ......



٣ فى الشكل المقابل :

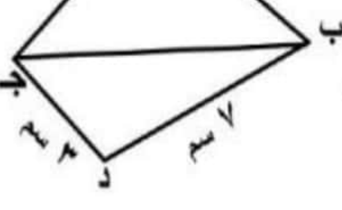
أ ب جـ د شكل رباعى فيه

أ ب = أ جـ

ب د = ٧ سم ، جـ د = ٣ سم

اثبت أن:

ق (أ جـ^ د) > ق (أ ب^ د)



البرهان

فى Δ أ ب جـ : ∵ أ ب = أ جـ

∴ ق (أ ب^ جـ) = ق (أ جـ^ ب) ← ①

فى Δ ب د جـ : ∵ ب د > جـ د

∴ ق (د جـ^ ب) > ق (د ب^ جـ) ← ②

بجمع ١ ، ٢ ينتج أن: ق (أ جـ^ د) > ق (أ ب^ د)

٣ فى الشكل المقابل :

أ ب جـ د شكل رباعى فيه

أ ب = ٦ سم ، ب جـ = ٤ سم

أ د = ٧ سم ، جـ د = ٨ سم

اثبت أن:

ق (أ ب^ جـ) > ق (أ د^ جـ)

البرهان

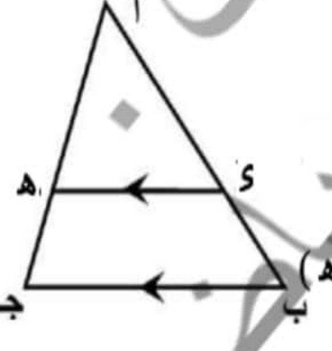
٤ فى الشكل المقابل :

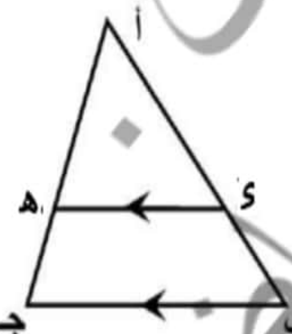
أ ب جـ Δ فيه:

أ ب > أ جـ ، د هـ // ب جـ

اثبت أن:

ق(∠أ هـ د) > ق(∠أ د هـ)







البرهان

فى Δ أ ب جـ

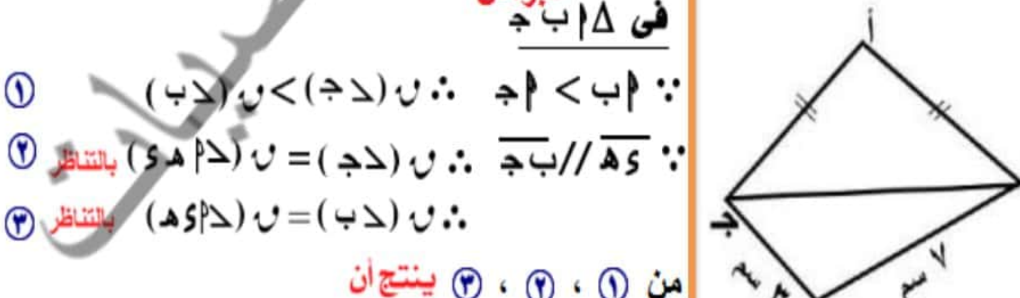
∵ أ ب > أ جـ ∴ ق(∠جـ) > ق(∠ب) ①

∵ د هـ // ب جـ ∴ ق(∠جـ) = ق(∠أ هـ د) بالتناظر ②

∴ ق(∠ب) = ق(∠أ د هـ) بالتناظر ③

من ① ، ② ، ③ ينتج أن

∴ ق(∠أ هـ د) > ق(∠أ د هـ)



٥ فى الشكل المقابل :

أب = أجـ ، ءب > ءجـ

اثبت أن:

ق (أبء) > ق (أجـء)

البرهان

فى △ أب جـ ∵ أب = أجـ

∴ ق (∠جـ) = ق (∠ب) ①

فى △ ءب جـ ∵ ءب > ءجـ

∴ ق (ءجـب) > ق (ءبجـ) ②

من ① ، ② بالطرح ∴ ق (أبء) > ق (أجـء)

٦ فى الشكل المقابل : أب > أ جـ

بء ينصف ∠أب جـ

، جـء ينصف ∠أجـب

إثبت أن

ق(∠ءجـب) > ق(∠ءب أ)

البرهان

(الواجب المنزلي)

١ فى الشكل المقابل :

أجـ > أب ، ءهـ // جـب

اثبت أن

ق (أهـء) > ق (أءهـ)

٢ فى الشكل المقابل :

أب > أء

، ب جـ > جـ ء

اثبت أن

ق(∠أءجـ) > ق (∠أب جـ)

٣ فى الشكل المقابل :

أ ب جـ د شكل رباعى

المعطيات كما بالرسم

٨ سم ، ٧سم ، ٥ سم ، ٤سم

اثبت أن

ق(∠ ب جـ ء) > ق(∠ب أ ء)

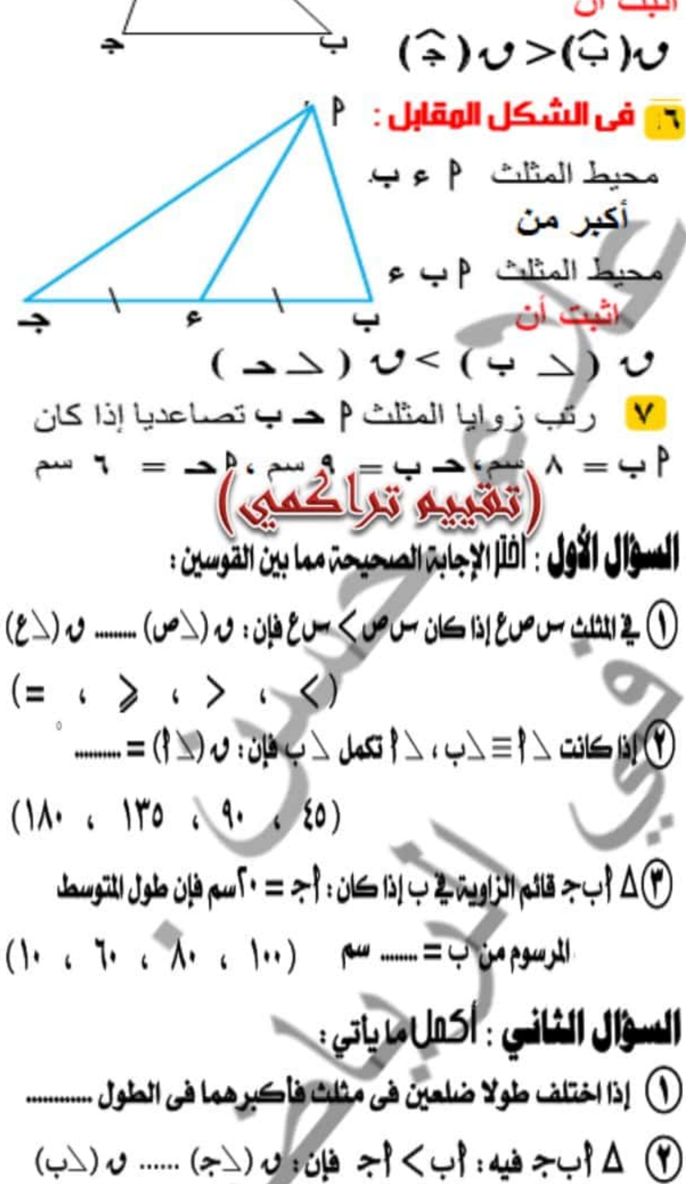
٤ فى الشكل المقابل :

أ ب جـ ء مستطيل

، أهـ > هـ ء

اثبت أن

ق (∠هـأب) > ق(∠هـءجـ)



٥ فى الشكل المقابل :

أ س = أ ص

ص جـ > س ب

اثبت أن

ق(ب) > ق(جـ)

٦ فى الشكل المقابل :

محيط المثلث أ ء ب

أكبر من

محيط المثلث أ ب ء

اثبت أن

ق (∠ ب) > ق (∠ حـ)

٧ رتب زوايا المثلث أ حـ ب تصاعديا إذا كان

أ ب = ٨ سم ، حـ ب = ٩ سم ، أحـ = ٦ سم

(تقييم تراكمي)

السؤال الأول : أختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

(١) في المثلث س ص ع إذا كان س ص > س ع فإن : ق (∠ص) .... ق (∠ع)

(< ، > ، ⩾ ، =)

(٢) إذا كانت ∠أ ≡ ∠ب ، ∠أ تكمل ∠ب فإن : ق (∠أ) = ...

(٤٥ ، ٩٠ ، ١٣٥ ، ١٨٠)

(٣) △ أ ب جـ قائم الزاوية في ب إذا كان : أجـ = ٢٠ سم فإن طول المتوسط المرسوم من ب = ... سم (١٠٠ ، ٨٠ ، ٦٠ ، ١٠)

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي :

(١) إذا اختلف طولا ضلعين فى مثلث فاكبرهما فى الطول ....

(٢) △ أ ب جـ فيه : أب > أجـ فإن : ق (∠جـ) ...... ق (∠ب)

(٣) إذا كان أب > أجـ ، فإن : أب – ٥ .... أجـ – ٥

السؤال الثالث : (أ) في الشكل المقابل :

أب = أجـ ، بء > ءجـ

اثبت أن :

ق (∠أبء) > ق (∠أجـء)

الدرس (3) المقارنة بين أطوال الأضلاع في المثلث

عكس نظرية إذا أختلف قياسا زاويتين فى مثلث فأكبرهما فى القياس يقابلها ضلع أكبر فى الطول من الذى يقابل الأخرى

فى الشكل المقابل :

إذا كان Δ ﻫ ب ﺟ فيه

ق (ﺟ^) > ق (ب^)

فإن : ﻫ ب > ﻫ ﺟ

نتائج هامة :



① أكبر الزوايا قياسا يقابلها أكبر الأضلاع طولا

② فى المثلث القائم الزاوية يكون الوتر هو أطول الأضلاع فى المثلث

③ فى المثلث المنفرج الزاوية يكون الضلع المقابل للزاوية المنفرجة هو أكبر أضلاع المثلث طولا

④ طول القطعة المستقيمة العمودية المرسومة من نقطة خارج مستقيم معلوم إلى هذا المستقيم أصغر من طول أى قطعة مستقيمة مرسومة من هذه النقطة إلى المستقيم المعلوم

أمثلة علي : ② ، ④

② فى الشكل المقابل

ﻫ ب ﺟ مثلث فيه

ق(∠ب) = ٩٠°

∴ أطول أضلاع المثلث طولا هو ﻫ ﺟ

④ فى الشكل المقابل

فى Δ ﻫ ب ﺟ : ﻫ ﺟ وتر ∴ ﻫ ﺟ > ﻫ ب

فى Δ ﻫ ب ء : ﻫ ء وتر ∴ ﻫ ء > ﻫ ب

فى Δ ﻫ ب ﻫـ : ﻫ ﻫـ وتر ∴ ﻫ ﻫـ > ﻫ ب

∴ ﻫ ب أصغر طول من النقطة ﻫ إلى ﺟ ء

الخلاصة

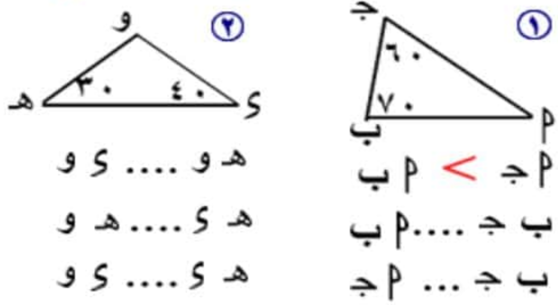
① إذا كان ضلع > من ضلع فإن زاوية > زاوية

② إذا كان زاوية > من زاوية فإن ضلع > ضلع

③ لإثبات أن ضلع > من ضلع نثبت أن زاوية > زاوية

④ لإثبات أن زاوية > من زاوية نثبت أن ضلع > ضلع

١ فى الشكل المقابل قارن بين أضلاع كل مثلث :



① ﻫ ﺟ > ﻫ ب | ب ﺟ .... ﻫ ب | ب ﺟ ... ﻫ ﺟ

② ﻫـ و .... ء و | ﻫـ ء .... ﻫـ و | ﻫـ ء .... ء و

٢ ﻫ ب ﺟ Δ فيه ق(∠ب) = ٧٠° ، ق(∠ﺟ) = ٦٠° رتب اضلاع Δ ﻫ ب ﺟ تصاعديا

البرهان

∴ ق(∠ﻫ) = ١٨٠ - ١٣٠ = ٥٠°

∴ ق( ) > ق( ) > ق( )

∴ > >

٣ فى الشكل المقابل

ء ﻫـ // ﺟ ب

ق (ﺟ^) = ٤٠ ، ق (ء^) = ٦٥

اثبت أن ﻫ ﺟ > ﻫ ب

البرهان ∵ ء ﻫـ // ﺟ ب

∴ ق(∠ب) = ق(∠ء) = ٦٥ بالتبادل

∴ ق(∠ب) > ق(∠ﺟ) ∴ ﻫ ﺟ > ﻫ ب

٤ فى الشكل المقابل

أ د // ب ﺟ

ق (ب أ^ ﺟ) = ٧٠°

ق (د أ^ ﺟ) = ٥٠°

اثبت أن:

ب ﺟ > أ ﺟ

البرهان

٥ فى الشكل المقابل

ق (ﻫ ء^ ﺟ) > ق (ﻫ ب^ ﺟ)

ب ﺟ = ﺟ ء

اثبت أن ﻫ ب > ﻫ ء

البرهان

∵ ق (ﻫ ء^ ﺟ) > ق (ﻫ ب^ ﺟ) ①

∵ ب ﺟ = ﺟ ء ∴ ق (ﺟ ء^ ب) = ق (ﺟ ب^ ء) ②

من ① ، ② بالطرح

∴ ق (ﻫ ء^ ب) > ق (ﻫ ب^ ء) ∴ ﻫ ب > ﻫ ء

٦ فى الشكل المقابل

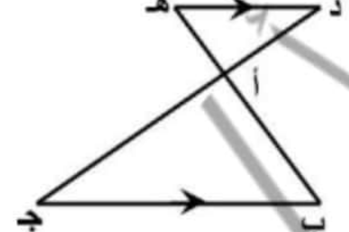
أ جـ > أ ب

د هـ // ب جـ

اثبت أن: أ د > أ هـ

البرهان





٧ فى الشكل المقابل

أ جـ > أ ب

أ ب // و ى ، أ جـ // و هـ

اثبت أن هـ و > و ى

البرهان

∵ أ جـ > أ ب ∴ ق (ب) > ق (جـ) ①

∵ أ ب // و ى ∴ ق (و ى هـ) = ق (ب) ②

∵ أ جـ // و هـ ∴ ق (و هـ ى) = ق (جـ) ③

من ① ، ② ، ③

∴ ق (و ى هـ) > ق (و هـ ى) ∴ هـ و > و ى

٨ فى الشكل المقابل

ق (جـ) = ق (د) = ٩٠

اثبت أن:

أ ب > جـ د

البرهان



(الواجب المنزلي)

١ أ ب جـ مثلث فيه ق (أ) = ٤٠° ، ق (ب) = ٦٠°

ق (جـ) = ٨٠° رتب تنازليا أطوال أضلاع Δ أ ب جـ

٢ أ ب جـ مثلث فيه ق (أ) = ٥٠° ، ق (جـ) = ١٠٠°

رتب تصاعديا أطوال أضلاع Δ أ ب جـ

٣ فى الشكل المقابل :

أ ى // ب جـ

، ق (∠ ى أ هـ) = ٧٥°

، ق (∠ جـ أ ى) = ٣٥°

اثبت أن أ جـ > أ ب

٤ فى الشكل المقابل :

ق (∠ ب ى جـ) = ١٠٠°

ب ى = جـ ى

، جـ ى ينصف (∠ أ جـ ب)

اثبت أن أ جـ > ى ب

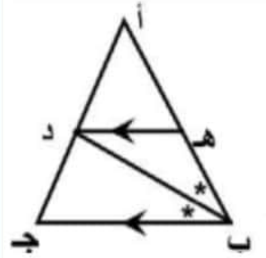


٥ فى الشكل المقابل

ق (ب) = ق (جـ)

أوجد قيمة س

ثم احسب محيط Δ أ ب جـ



٦ فى الشكل المقابل

هـ د // ب جـ

ب د ينصف ∠ أ ب جـ

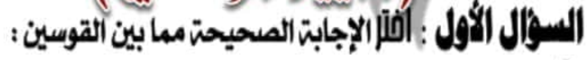
اثبت أن: Δ هـ ب د متساوى الساقين

٦ فى الشكل المقابل أ ب > أ جـ

ب ى ينصف (أ ب جـ)

جـ ى ينصف (أ جـ ى)

اثبت أن ى ب > ى جـ



(تقييم تراكمي)

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

① إذا كان Δ أ ب جـ فيه : ق (∠ب) > ق (∠جـ) فإن أ جـ ...... أ ب

(أكبر من ، أصغر من ، يساوى ، أصغر من أو يساوى)

② إذا كان Δ أ ب جـ فيه ق (∠ب) = ١٣٠° فإن أكبر أضلاعه طولاً هو .... (أ جـ ، ب جـ ، أ ب ، متوسطه)

③ س ص ع مثلث فيه : ق (∠ع) = ٧٠° ، ق (∠ص) = ٦٠°

فإن : ص ع ...... س ص (< ، > ، = ، ضعف)

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي :

① أصغر زوايا المثلث فى القياس يقابلها ......

② فى Δ أ ب جـ : إذا كان ق (∠أ) = ٧٠° ، ق (∠ب) = ٣٠°

فإن أكبر أضلاع المثلث طولاً هو ....

③ إذا اختلف قياسا زاويتين فى مثلث فأكبرهما فى القياس يقابلها ......

السؤال الثالث :

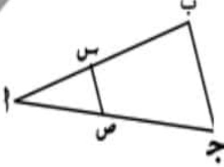
(أ) Δ أ ب جـ فيه ق (∠أ) = ٤٠° ، ق (∠ب) = ٧٥°

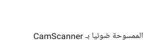
، رتب أضلاع المثلث تنازلياً

(ب) فى الشكل المقابل :

أ ب > ب جـ ، س ص // ب جـ

برهن أن : أ س > س ص





الدرس (4) متباينة المثلث

حقيقة :

فى أى مثلث يكون مجموع طولى أى ضلعين أكبر من طول الضلع الثالث

فى أي مثلث أ ب جـ يكون :

أ ب + أ جـ > ب جـ

أ ب + ب جـ > أ جـ

أ جـ + ب جـ > أ ب

لمعرفة هل ٣ أعداد تصلح أطوال أضلاع مثلث أم لا:

إذا كان مجموع أصغر ضلعين > الثالث (تصلح)

إذا كان مجموع أصغر ضلعين < الثالث (لا تصلح)

إذا كان مجموع أصغر ضلعين = الثالث (لا تصلح)

١ بين أيا من الاطوال الاتية تصلح أن تكون أضلاع مثلث

① ٢ ، ٥ ، ٣ لا تصلح لان ٢ + ٣ ≯ ٥

② ٣ ، ٥ ، ٧ تصلح لان ٣ + ٥ > ٧

③ ٨ ، ٣ ، ٢ .... ٣ + ٢ .... ٨

④ ٥ ، ٥ ، ٥ .... ٥ + ٥ .... ٥

⑤ ٥ ، ٥ ، ٣ .... ٥ + ٣ .... ٥

لاحظ أن :

① فى أى مثلث يكون طول أي ضلع أكبر من الفرق بين طولي الضلعين الآخرين وأقل من مجموعهما

فمثلاً : أ جـ − أ ب < ب جـ < أ ب + أ جـ

② الفترة التى ينتمى إليها طولُ الضلع الثالث

طول الضلع الثالث ∈] الفرق ، المجموع [

③ فى مثلث متساوى الساقين فإن طول الضلع الثالث = طول الضلع الأكبر في المعلومين

٢ أكمل ما يأتي:

① إذا كان طولى ضلعين فى مثلث هما ٨ سم ، ٣ سم فإن طول الضلع الثالث ∈] ٥ ، ١١ [(٨ − ٣ ، ٨ + ٣)

② إذا كان طولى ضلعين فى مثلث هما ٤ سم ، ١١ سم فإن طول الضلع الثالث ∈] ، [

③ إذا كان طولى ضلعين فى مثلث هما ٤ سم ، ١٧ سم فإن طول الضلع الثالث ∈] ، [

④ مثلث متساوى الساقين طولا ضلعين فيه ١٠ ، ٣ سم فإن طول الضلع الثالث ....

(الواجب المنزلي)

١ إذا كان طولا ضلعين فى مثلث متساوى الساقين ٥سم ، ١٢سم فإن طول الضلع الثالث ....

٢ بين أيا من الاطوال الاتية تصلح أن تكون أضلاع فى مثلث

(أ) ٥ سم ، ٧ سم ، ٨ سم

(ب) ٤ سم ، ٩ سم ، ٣٠ سم

(جـ) ١٠ سم ، ٦ سم ، ٤ سم

(ى) ١٥ سم ، ١٧ سم ، ٣٠ سم

٣ **أكمل ما يأتي:**

① △ أ ب جـ فيه أ ب = ٣ سم ، ب جـ = ٥ سم فإن أ جـ ∈] ..... ، ..... [

② أطول أضلاع المثلث القائم الزاوية طولاً هو ......

③ فى أي مثلث أ ب جـ يكون (أ) أ ب + أ جـ ..... ب جـ (ب) أ ب − ب جـ ..... أ جـ

(تقييم تراكمي)

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

① مجموع طولي أي ضلعين في مثلث ...... طول الضلع الثالث .

(< ، > ، = ، ≡)

② إذا كان طولا ضلعين في مثلث متساوي الساقين هما ٥سم ، ١٢سم فإن طول الضلع الثالث هو......... (٥ ، ١٢ ، ١٧ ، ٧)

③ الأعداد التى تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث هى ....

(٣ ، ٣ ، ٥ ، ٣ ، ٣ ، ٥ ، ٣ ، ٣ ، ٦ ، ٣ ، ٣ ، ٧)

السؤال الثاني : أكمل ما يأتى :

① إذا كان طولا ضلعين في مثلث ٢سم ، ٧سم فإن طول الضلع الثالث ∈] ..... ، ..... [

② أكبر أضلاع المثلث القائم الزاوية طولاً هو ....

③ الفرق بين طولى اى ضلعين فى مثلث..... طول الضلع الثالث

السؤال الثالث :

(أ) فى المثلث أ ب جـ إذا كان أ ب = ١٠ سم ، ب جـ = ٧ سم أوجد الفترة التى ينتمى إليها طول الضلع أ جـ .

(ب) في الشكل المقابل : $\overline{أ ى}$ // $\overline{ب جـ}$ ، ق(∠ أ ب جـ) = ٧٦° ، ق(∠ جـ أ ى) = ٤٢°

اثبت أن : أ ب < أ جـ



(إختبار على الوحدة الخامسة)

السؤال الأول : أكمل ما يأتى :

① إذا إختلف طولا ضلعين في مثلث فأكبرهما فى الطول تقابله ....

② △ أ ب جـ فيه : أ ب = ٧ سم ، ب جـ = ٥ سم ، أ جـ = ٦ سم فإن أصغر زواياه فى القياس هى ....

③ المثلث أ ب جـ فيه : أ ب > أ جـ فإن : ق(∠ب) .... ق(∠جـ)

④ إذا أختلف قياس زاويتين في مثلث فأكبرهما فى القياس يقابلها ....

⑤ اكبر أضلاع المثلث القائم الزاوية طولا هو ....

⑥ أ ب جـ مثلث فيه: ق(∠أ) = ٦٠° ، ق(∠ب) = ٥٠° فإن اكبر أضلاع المثلث أ ب جـ طولا هو .....

⑦ فى △ أ ب جـ إذا كان : ق(∠أ) = ق(∠ب) + ق(∠جـ) فإن اكبر الأضلاع طولا هو ....

⑧ اذا كان △ أ ب جـ فيه : ق(∠أ) = ٧٠° ، ق(∠ب) = ٥٠° فإن : ب جـ .... أ جـ

⑨ مجموع طولى أى ضلعين فى مثلث .... طول الضلع الثالث

⑩ إذا كان ٤ سم ، ٧ سم طول ضلعين فى مثلث فإن أصغر عدد صحيح يمثل طول الضلع الثالث = ... سم وأكبر عدد يمثل طول الضلع الثالث = ... سم

⑪ إذا كان : △ أ ب جـ فيه : أ ب = ٦ سم ، أ جـ = ٧ سم فإن : ب جـ ∈] .... ، .... [

⑫ اذا كان طولا ضلعين فى مثلث هما ٥ سم ، ٧ سم فإن طول الضلع الثالث ∈] .... ، .... [

⑬ مثلث له محور تماثل واحد ، طولا ضلعين فيه ٤ سم ، ٨ سم فإن محيطه = ...

⑭ طول أى ضلع فى مثلث .... مجموع الضلعين الاخرين

⑮ طول أى ضلع فى مثلث أصغر من .... الضلعين الاخرين وأكبر من ....

⑯ إذا كان طولا ضلعين فى مثلث متساوى الساقين ٣ سم ، ٧ سم فإن طول الضلع الثالث يساوى ....

⑰ فى المثلث المنفرج الزاوية ...... هو أطول أضلاع المثلث ⑱ فى △ أ ب حـ يكون : أ ب + أ حـ ..... ب حـ

السؤال الثاني :

١ فى الشكل المقابل

أ ب جـ ء شكل رباعى فيه
أ ب = ٦ سم ، ب جـ = ٤ سم ،
جـ ء = ٧ سم ، ء أ = ٨ سم

أثبت أن: ق(∠ب جـ ء) > ق(∠ب أ ء)

٣ فى الشكل المقابل

أ ب جـ مثلث فيه
$\overline{أء} \perp \overline{ب جـ}$

أثبت أن:

أ ب + أ جـ > ٢ أ ء

٢ فى الشكل المقابل

رتب قياسات زوايا المثلث ترتيبا تصاعديا :
وترتيبا تنازليا

(أ ب = ٥ سم ، أ جـ = ٨ سم ، ب جـ = ٦ سم)

٤ إذا كان : أ ب جـ مثلث فيه

ق(∠أ) = ٨٠°
، ق(∠ب) = ٦٥°

رتب أطوال أضلاع المثلث أ ب جـ تصاعدياً

(إمتحان محافظة القاهرة)

السؤال الأول : أكمل ما يأتى :

[١] أكبر الأضلاع طولًا فى المثلث القائم الزاوية هو ....

[٢] فى Δ س ص ع إذا كان : ق(∠ س) = ٣٠° ، ق(∠ ص) = ٩٠° فإن : ص ع = ... س ع

[٣] إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث متساوى الساقين ٦٠° كان المثلث ....

[٤] إذا كانت : حـ ∈ محور تماثل $\overline{أب}$ فإن : .... = ...

[٥] إذا كانت : ∠ س تتمم ∠ ص وكان : ق(∠ س) = ق(∠ ص) فإن : ق(∠ س) = ...°

السؤال الثانى : اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

[١] زاويتا القاعدة فى المثلث المتساوى الساقين ...... (أ) متتامتان. (ب) متطابقتان. (جـ) متكاملتان. (د) مختلفتان.

[٢] عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الأضلاع .... (أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

[٣] فى Δ س ص ع : س ص + ص ع .... س ع (أ) > (ب) < (جـ) = (د) ≥

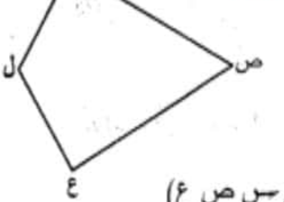
[٤] عدد المستطيلات فى الشكل المقابل .... (أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٦

[٥] إذا كان طولا ضلعين فى مثلث ٥ سم ، ١٢ سم فإن طول الضلع الثالث ∈ .... (أ)]٥ ، ١٧[(ب)]٧ ، ١٧[(جـ)]٥ ، ١٢[

[٦] نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلًا منها بنسبة ٤ : .... من جهة الرأس. (أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

السؤال الثالث

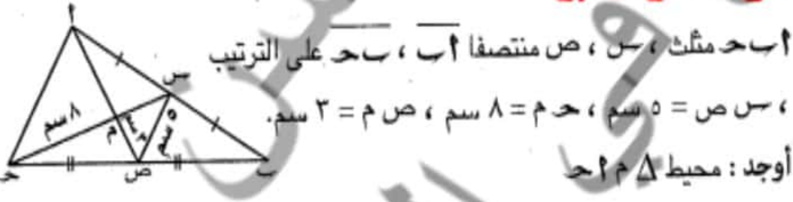
(أ) فى الشكل المقابل



س ص > س ل
، ص ع > ع ل

أثبت أن: ق(∠ س ل ع) > ق(∠ س ص ع)

(ب) فى الشكل المقابل



أ ب حـ مثلث ، س ، ص منتصفا $\overline{أب}$ ، $\overline{ب حـ}$ على الترتيب
، س ص = ٥ سم ، حـ م = ٨ سم ، ص م = ٣ سم.

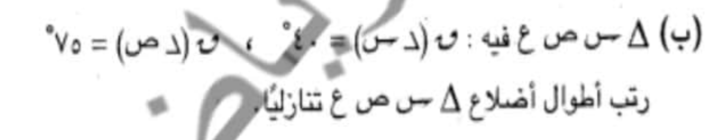
أوجد : محيط Δ م أ حـ

السؤال الرابع :

(أ) فى الشكل المقابل

$\overline{أ د}$ // $\overline{ب حـ}$ ، ق(∠ ب أ حـ) = ٧٠°
، ق(∠ د أ حـ) = ٥٠°

أثبت أن: ب حـ > أ حـ



(ب) Δ س ص ع فيه : ق(∠ س) = ٤٠° ، ق(∠ ص) = ٧٥°

رتب أطوال أضلاع Δ س ص ع تنازليًا.

السؤال الخامس :

(أ) فى الشكل المقابل

أ ب = أ حـ = حـ د = أ د
، ق(∠ ب أ حـ) = ٧٠°

أوجد : ق(∠ ب حـ د)

(ب) فى الشكل المقابل



$\overrightarrow{ب د}$ ينصف ∠ أ ب حـ ويقطع $\overline{أ حـ}$ فى د
، د هـ // حـ ب حيث هـ ∈ $\overline{أ ب}$

أثبت أن: Δ هـ ب د متساوى الساقين.